Урустамов Исманали

МАТЕМАТИКАЛЫК ФОРМУЛАЛАР

(Мектеп математикасы)

ОШ-2014

Редактору: ОшМУнун жогорку математика кафедрасынын окутуучусу,
магистрант Капазова Э.О.

Формулаларды топтогон: Урустамов Исаманали

“Математикалык формулалар” колдонмосу мектеп окуучуларына, математик мугалимдерине, жогорку окуу жайлардын математика сабагын окуган студенттерине ылайыкташтырылып түзүлүп, ОшМУнун жогорку математика кафедрасынын 08.02.2014 күнкү кеңешмесинин чечими менен окуу усулдук колдонмо катарында жактырылган.

Сын пикирлерди төмөнкү дарекке жөнөтүңүздөр

Электрондук дарек: isa.kg@bk.ru, тел. 0779518908

N-натуралдык сандардын көптүгү

Z-бүтүн сандардын көптүгү

Z^{+}- терс эмес бүтүн сандардын көптүгү

R-чыныгы сандардын көптүгү

R_{+}- оң анык чыныгы сандардын көптүгү

R^{2}- сандык тегиздик

$[a;b]$- башталышы a, аягы b болгон туюк аралык (кесинди) $X\epsilon[a;b]$, $a\leq x\leq b$

(a;b) - башталашы a аягы b болгон ачык аралык (интервал) $X\epsilon(a;b)$ $a< x < b$

b - a аяктары a жана b болгон аралыктын узундугу $(-\infty;+\infty)$ - чексиз аралык

⇒-келтирүү белгиси

⇔-тең күчтүүлүк белгиси

∈- таандык белгиси

n∈N- n саны N натуралдык сандардын көптүгүнө таандык

⊂- камтылуу белгиси

$C\subset D$ - C көптүгү D көптүгүнө камтылган же D көптүгү C көптүгүн кармайт

∪ - бириктирүү белгиси

$C\cup D$ - C жана D көптүктөрүнүн биригүүсү

∩ - кесилишүү белгиси

A∩B - A жана B көптүктөрүнүн кесилиши

$\vec{a}$ - вектордун белгилениши

[AB]- учтары A жана B болгон түздүн кесиндиси

(AB) –A жана B чекиттери аркылуу өткөн түз сызык

|AB|, [AB] - кесиндисинин узундугу

$\overrightarrow{AB}$- A чекитин B чекитине чагылдыруучу вектор

[x]- x санынын бүтүн бөлүгү

{x}- x санынын бөлчөк бөлүгү

|x|-x санынын модулу (абсолюттук чоңдук)

x_n, a_n, f_n – чексиз удаалаштыктар

f(x) – x чекитиндеги f функциясынын мааниси

D(f) - f функциясынын аныкталуу областы

E(f)-f функциясынын маанилеринин областы

Δx –x- өзгөрмөсүнүн өсүндүсү

$\Delta f(x_0)$, Δf-f функциясынын x_0 чекитиндеги өсүндүсү

$\lim_{x\to a} x_n = a$ –а саны f функциясынын x →а гы предели

$f^1 x_0$-f функциясынын x_0 чекитиндеги туундусу

∠AOB- AOB бурчу

$\log_a$ ─ а негиздүү логарифм

lg- ондук логарифм (негизи 10 болгон логарифм)

ln ─ натуралдык логарифм (негизи e болгон логарифм)

$\max\limits_{[a;b]} f$- f функциясынын $[a;b]$ кесиндисиндеги эң чоң мааниси

$\min\limits_{[a;b]} f$- f функциясынын $[a;b]$ кесиндисиндеги эң кичине мааниси

$\int$ ─ интеграл белгиси

df- f функциясынын дифференциалы

$\int_a^b f(x)\,dx$- а дан b га чейинки f функциясынын предели

sin ─ синус функциясы

cos ─ косинус функциясы

tg ─ тангенс функциясы

ctg ─ котангенс функциясы

arcsin - арксинус функциясы

arccos - арккосинус функциясы

arctg - арктангенс функциясы

arcctg - арккотангенс функциясы

1 x 1 = 1	2 x 1 = 2	3 x 1 = 3	4 x 1 = 4	5 x 1 = 5
1 x 2 = 2	2 x 2 = 4	3 x 2 = 6	4 x 2 = 8	5 x 2 = 10
1 x 3 = 3	2 x 3 = 6	3 x 3 = 9	4 x 3 = 12	5 x 3 = 15
1 x 4 = 4	2 x 4 = 8	3 x 4 = 12	4 x 4 = 16	5 x 4 = 20
1 x 5 = 5	2 x 5 = 10	3 x 5 = 15	4 x 5 = 20	5 x 5 = 25
1 x 6 = 6	2 x 6 = 12	3 x 6 = 18	4 x 6 = 24	5 x 6 = 30
1 x 7 = 7	2 x 7 = 14	3 x 7 = 21	4 x 7 = 28	5 x 7 = 35
1 x 8 = 8	2 x 8 = 16	3 x 8 = 24	4 x 8 = 32	5 x 8 = 40
1 x 9 = 9	2 x 9 = 18	3 x 9 = 27	4 x 9 = 36	5 x 9 = 45
1 x 10 = 10	2 x 10 = 20	3 x 10 = 30	4 x 10 = 40	5 x 10 = 50

6 x 1 = 6	7 x 1 = 7	8 x 1 = 8	9 x 1 = 9	10 x 1 = 10
6 x 2 = 12	7 x 2 = 14	8 x 2 = 16	9 x 2 = 18	10 x 2 = 20
6 x 3 = 18	7 x 3 = 21	8 x 3 = 24	9 x 3 = 27	10 x 3 = 30
6 x 4 = 24	7 x 4 = 28	8 x 4 = 32	9 x 4 = 36	10 x 4 = 40
6 x 5 = 30	7 x 5 = 35	8 x 5 = 40	9 x 5 = 45	10 x 5 = 50
6 x 6 = 36	7 x 6 = 42	8 x 6 = 48	9 x 6 = 54	10 x 6 = 60
6 x 7 = 42	7 x 7 = 49	8 x 7 = 56	9 x 7 = 63	10 x 7 = 70
6 x 8 = 48	7 x 8 = 56	8 x 8 = 64	9 x 8 = 72	10 x 8 = 80
6 x 9 = 54	7 x 9 = 63	8 x 9 = 72	9 x 9 = 81	10 x 9 = 90
6 x 10 = 60	7 x 10 = 70	8 x 10 = 80	9 x 10 = 90	10 x 10 = 100

Натуралдык сандардын көптүгү

Санак муктаждыктарын канааттандырууга керектелген сандарды натуралдык сандар деп атайбыз. Аларды натуралдык сандардын көптүгү деп жана аны N тамгасы менен белгилейбиз.

Натуралдык сандардын көптүгү өсүү тартибинде:

N = {1 , 2, 3, 4, 5, 6 , . . . , n, . . .}

Бүтүн сандардын көптүгү

Бүтүн сандар натуралдык сандардан, нөлдөн жана натуралдык сандарга карама-каршы сандардан түзүлөт.

Z={-∞,…, -3,-2,-1,0,1,2,3,…,∞}

Рационалдык сандардын көптүгү

– түрүндө көрсөтүлүүчү сандар рационалдык сандар болот, мында бүтүн сан, натуралдык сан. – — – — }

Чыныгы сандардын көптүгү

Чыныгы сандар- бул чексиз ондук бөлчөктөр

Чыныгы сандар - чексиз мезгилдүү ондук бөлчөктөр. Мезгили жалаң гана түзүлбөйт. Эгерде мезгили нөл санынан гана түзүлсө, анда бөлчөк чектүү ондук бөлчөк болот.

Иррационалдык сандардын көптүгү

Иррационалдык сандар – бул чексиз мезгилсиз ондук бөлчөктөр. Мисалы: $R = \{\sqrt{2}, \frac{1}{3}, \pi, \frac{1}{9} \ldots\}$

АЛГЕБРАЛЫК ТЕҢДЕШТИКТЕР

Кошуунун жана көбөйтүүнүн закондору

Ар кандай a, b, c сандары үчүн төмөнкү барабардыктар туура:

1. $a + b = b + a$ кошуунун орун алмаштыруу закону
2. $(a + b) + c = a + (b + c)$ кошуунун топтоштуруу закону
3. $a \cdot b = b \cdot a$ көбөйтүүнүн орун алмаштыруу закону
4. $(ab)c = a(bc) = b(ac)$ көбөйтүүнүн топтоштуруу закону
5. $(a + b)c = ac + bc$ кошууга карата көбөйтүүнү бөлүштүрүү закону
6. *Эгерде* $a = b$ *болсо, анда* $a + c = b + c$
7. *Эгерде* $a = b$ *жана* $c \neq 0$ *болсо, анда* $ac = bc$

Кемитүүнүн жана бөлүүнүн закондору

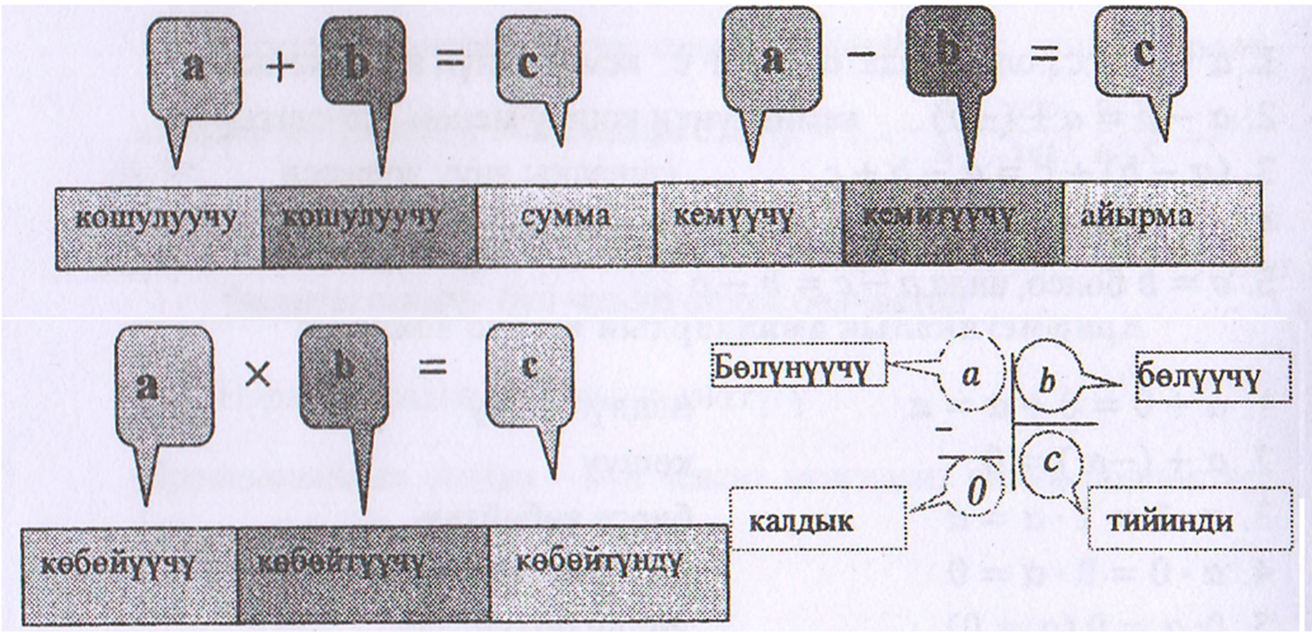
1. $a - b = c$ болсо, анда $a = b + c$ кемитүүнүн аныктамасы
2. $a - b = a + (-b)$ кемитүүнүн кошуу менен алмаштыруу эрежеси
3. $(a - b) + c = a - b + c$ кашааны ачуу эрежеси
4. $a \div b = c$ болсо, анда $a = b \cdot c$ тийиндинин аныктамасы
5. $a = b$ болсо, анда $a - c = b - c$
6. Эгерде a= b жана $c \neq 0$ болсо, анда $a \div c = b \div c$

Арифметикалык амалдардын өзгөчө абалдары

1. $a + 0 = 0 + a = a$ нөлдү кошуу
2. $a + (-a) = 0$ кошуу
3. $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ бирге көбөйтүү
4. $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ нөлгө көбөйтүү
5. $0 : a = 0$ *мында* $(a \neq 0)$ нөлдү бөлүү
6. $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ *мында* $(a \neq 0)$

Бөлчөктүн касиеттери

1. Эгерде $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ болсо, анда ad = bc (b$\neq 0$, d $\neq 0$) бөлчөктөрдүн барабардыгы
2. $\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}$, (m $\neq 0$) бөлчөктүн негизги касиети
3. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ бөлчөктөрдү кошуу эрежеси
4. $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$ бөлчөктөрдү кемитүү эрежеси
5. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ бөлчөктөрдү көбөйтүү эрежеси
6. $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$ бөлчөктөрдү бөлүү эрежеси



Бөлүнүүчүлүктүн касиеттери

Эгерде берилген сандын акыркы цифрасы жуп сан же 0 менен аяктаса, анда ал сандар **2** ге калдыксыз бөлүнөт.	12 , 26 , 336 , 100	2 ге
Эгерде берилген сандын цифраларынын суммасы **3** кө бөлүнсө , анда ал сандар 3 кө бөлүнөт	372 ; 3+7+2=12 , 12÷3=4 , 372÷3=124	3 кө
Эгерде берилген сандын акыркы 2 цифрасы 4 кө бөлүнсө же эки акыркы цифрасы 0 болсо , анда берилген сан **4** кө бөлүнөт.		4 кө
Эгерде берилген сандын акыркы цифрасы 0 же 5 менен аяктаса , анда ал сандар **5** ке калдыксыз бөлүнөт	135 , 1115, 170.	5 ке
Эгерде берилген сан экиге жана үчкө бөлүнсө , анда ал сандар **6** га калдыксыз бөлүнөт	36 , 138.	6 га
Эгерде берилген сандын акыркы үч цифрасы 0 болсо же 8 ге бөлүнсө, берилген сан **8** ге бөлүнөт	3048, 2000.	8 ге
Эгерде берилген сандын цифраларынын суммасы 9 га бөлүнсө, анда ал сандар **9** га бөлүнөт	4545 4+5+4+5=18 , 648,	9 га
Эгерде берилген сандын акыркы цифрасы 0 менен аяктаса, анда ал сандар **10** го бөлүнөт		10 го
Эгерде берилген сандын так орундагы цифраларынын суммасы менен жуп орундагы цифраларынын суммаларынын айырмасы **11ге** бөлүнсө, анда ал сандар **11** ге бөлүнөт	50457 (5+4+7)-(0+5)=16-5=11	11 ге
Эгерде берилген сандын акыркы эки цифрасынан түзүлгөн сан 25 ке бөлүнсө, анда ал сандар **25** ке бөлүнөт	6025, 248736450	25 ке

Калган сандарга бөлүнүүчүлүк касиеттери, аларды жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыратуу жолу менен табылат.

Мисалы: Демек, 3 жана 4 кө бөлүнгөн сан 12 ге бөлүнөт.

Эгер кошулуучулардын ар бири белгилүү бир санга бөлүнсө, анда сумма да ошол санга бөлүнөт.

Мисалы: 18+24=42. 18, 24 жана 42 сандары 6 га бөлүнөт.

Эгер кемүүчү жана кемитүүчү сандары белгилүү бир санга бөлүнсө, анда айырма дагы ошол санга бөлүнөт. Мисалы: 42-18=24.

Эгер көбөйтүүлөрдүн бири белгилүү бир санга бөлүнсө, анда көбөйтүндү да ошол санга бөлүнөт.

Мисалы: 8·18=144. 8 жана 144 сандары 2, 3 ,4 ,8 ,9,18 бөлүнөт.

Жөнөкөй жана курама сандар

Берилген сан өзүнө жана 1 ге гана бөлүнгөн натуралдык сандар ***жөнөкөй сандар*** деп аталат.

Мисалы: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23....

Каалагандай натуралдык сандар же жөнөкөй сандарга бөлүнөт же өз ара жөнөкөй болушат.

Жөнөкөй сан чексиз, бирок эң чоң жөнөкөй саны болбойт.

Каалгандай p жөнөкөй санын (p> 3 *болгондо*) p=6k$\pm$1. k $\in$N түрүндө көрсөтүүгө болот.

Экиден көп бөлүүчүсү бар болгон натуралдык сандар ***курама сандар*** деп аталат.

Мисалы : 4, 9, 21, 36, ...

Бирден башка такыр бөлүүчүлөрү болбогон сандар **өз ара жөнөкөй сандар** деп аталат.

Ар кандай курама санды жөнөкөй сандардын көбөйтүндүсү түрүндө жазып алуу мүмкүн. Ал үчүн курама санды жөнөкөй сандарга удаалаш бөлөбүз тийинди 1 болгончо жана жалпы түрдө төмөндөгүдөй жазылат.

$A = a^m \cdot b^n \cdot c^k.$

24	2	36	2
12	2	18	2
6	2	9	3
3	3	3	3
1		1	

24=$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$ 36=$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$

Берилген сандын натуралдык бөлүүчүлөрү деп, ошол сан бөлүнө турган сандар. М: 24 саны 1 ге, 2 ге, 3 кө, 4 кө, 6 га, 8 ге, 12 ге жана 24 кө бөлүнөт. Демек, натуралдык бөлүүчүлөрүнүн саны (НБС) сегиз болот. Ал эми 36 санынын НБС тогуз (1 , 2 ,3, 4, 6 ,9, 12, 18, 36). НБС ны табуунун формуласы:

Натуралдык бөлүүчүлөрүнүн саны (НБС).

$НБС = (m+1)(n+1)(k+1)$

Натуралдык бөлүүчүлөрүнүн жыйындысы (НБЖ).

$$\text{НБЖ} = \frac{a^{m+1}-1}{a-1} \cdot \frac{b^{n+1}-1}{b-1} \cdot \frac{c^{k+1}-1}{c-1}$$

Кандайдыр бир А натуралдык санынан кичине жана бул сан менен өз ара жөнөкөй сандардын саны.

$A = a^m \cdot b^n \cdot c^k$ санынан кичине өз ара жөнөкөй сандарынын саны

$$\text{КӨЖСС} = a^m \cdot b^n \cdot c^k \cdot \left(1-\frac{1}{\mathrm{a}}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{\mathrm{b}}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{\mathrm{c}}\right)$$

9) Сандардын жалпы бөлүүчүлөрү (ЖБ) . 24 жана 36 сандарынын жалпы бөлүүчүлөрүн (ЖБ) табуу үчүн:

1) 24 жана 36 сандары жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыратылат. $24 = 2^3 \cdot 3$ *жана* $36 = 2^2 \cdot 3^2$

2) Алардын баардык бөлүүчүлөрү табылат. Алардын ичинен бир түрдүүлөрү (экөөнө тең бөлүүчү боло турган сандар) ажыратылып алынат.

ЖБ (1, 2, 3, 4, 6, 12)

10) Сандардын эң чоң жалпы бөлүүчүсү (ЭЧЖБ). ЖБ дүн эң чоңу ЭЧЖБ д.а. ЭЧЖБ (24 жана 36)=12 ЭЧЖБ ны табуу

1) Сандарды жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыратып ; 2) алардын ичинен бир түрдүү даражадагы чоң санды алып, калганын көбөйтөбүз. М: ЭЧЖБ(48 , 60 ,72) 48=$2^4 \cdot 3$; $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; $72 = 2^3 \cdot 3^2$ Демек , ЭЧЖБ (48, 60, 72)=$2^2 \cdot 3 = 12$

11) Эң кичине жалпы бөлүнүүчү (**ЭКЖБ**) сандардын ЭКЖБ сү деп ушул сандарга бөлүнгөн сандардын эң кичинеси. Алар төмөндөгүчө табылат.

1) сандар жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыратылат.
2) Алардын ичинен бир түрдөгү эң чоң даражалары жана бирөөсүндө бар, бирок экинчисинде жок болсо да көбөйтүлөт.

Мисалы: 12 жана 18 сандарынын ЭКЖБ сүн тап.

12	2	18	2
6	2	9	3
3	3	3	3
1		1	

12=$2^2 \cdot 3$, 18=$2 \cdot 3^2$ анда ЭКЖБ (12 , 18) = $2^2 \cdot 3^2$=36

Акыркы цифрасын табуу

232 = амалынын акыркы цифрасы канча? Сандар көбөйтүлгөндө, тийиндинин акыркы цифрасы, көбөйтүүлөрдүн акыркы цифраларынын көбөйтүндүсүнө барабар.

232 Ушул сыяктуу 29

санынын акыркы цифрасы канча? Кандайдыр бир сандын даражага көтөрүү, даражага көтөргөндөн кийин белгилүү бир тартипте акыркы цифрасы кайталанышы каралат.

2	4	8	16	32	64	128	256

Мында акыркы цифралары 4-даражадан кийин ...2 , ... 4, ... 8 , ... 6 кайталанат . Анда калдык 2 . Демек, акыркы цифра 2 – орунда турган сандын акыркы цифрасы 4 менен аяктайт.

санынын акыркы цифрасы канча? калдык 3. Демек, акыркы цифра 3 – орунда турган сандын акыркы цифрасы 8 менен аяктайт.

чейинки сандардын көбөйтүндүсү канча нөл менен аяктайт?

1-жол

– — — санынан чоң болбогон ....

— — Демек, 12 нөл менен аяктаят.

2-жол

$50 \,|\, \underline{5}$; 10 $\qquad$ $10 \,|\, \underline{5}$; 2 $\qquad$ 10+2=12

Калдыктуу бөлүү

Каалагандай эки *a* жана *b* натуралдык сандары үчүн *q жана r* терс эмес бүтүн сандары табылып, *a*=*b* аткарылат. Мында *a* - бөлүнүүчү, *b*- бөлүүчү, тийинди, калдык, 0 .

46 | 7
42 | 6
4 |

Мисалында 46- бөлүнүүчү

7- бөлүүчү
6-тийинди
4- калдык

$\boxed{46=7\qquad}$ - калдыктуу бөлүү

46=7 , 46=7· -калдыктуу бөлүү эмес. Себеби калдык (0) болушу керек.

3^{20} ны 7 ге бөлгөндөгү калдыкты табуу. $(a \cdot b + \mathrm{c})^n$ санын d га бөлгөндөгү калдык c^n ди d ге бөлгөндөгү калдыкка тең. $(a \cdot b + \mathrm{c})^n = a_1 \cdot b + c^n$ (a_1-бөлүнүүчү). 3^{20}=$9^{10} = (7+2)^{10} = 7n + 2^{10} = 7n + 32^2 = 7n + (4 \cdot 7 + 4)^2 = 7n + 7n_1 + 4^2 = 7(n + n_1) + 7 \cdot 2 + 2 = 7(n + n_1 + 2) + 2.$ калдык **2.**

А санын d га бөлгөндөгү калдык с, ал эми b саныны d га бөлгөндөгү калдык k, болсо:

a+b ны d га бөлгөндөгү калдык c+k га тең;

a$\cdot b$ ны d га бөлгөндөгү калдык $c \cdot k$ га тең болот.

Эгер c+k же $c \cdot k$ d дан чоң болсо, тийиндини d га кайрадан бөлүп табабыз.

Процент (Пайыз)

Сандын жүздөн бир бөлүгү **пайыз** деп аталат жана % менен белгиленет. Демек, 1%=0,01

А санынын p пайызын табуу

$\begin{vmatrix} \mathrm{a} - 100\% \\ \mathrm{x} - p\% \end{vmatrix}$; x= $\frac{\mathrm{a} \cdot p}{100}$

p проценти a га тең санды табуу

$\begin{vmatrix} \mathrm{a} - p\% \\ \mathrm{x} - 100\% \end{vmatrix}$; x= $\frac{\mathrm{a} \cdot 100}{p}$

a жана b сандарынын процентин табуу $\frac{a}{b} \cdot 100\%$

Пропорция

Эки катыштын барабардыгы **пропорция** деп аталат жана ал төмөндөгүдөй жазылат:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $a \div b = c \div d.$

a жана d сандары четки пропорциялаш c жана b сандары ортоңку пропорциялаш деп айтабыз.

$a \cdot d = b \cdot c$

$\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ *жана* $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{ma + nc}{mb + nd}$

$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{d}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b-d}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\sqrt{\frac{a^2+c^2}{b^{2+}d^2}}$$

Эгерде $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{x}{y}=\ldots болсо \ \frac{a+c+x+\ldots}{b+d+y+\ldots}=\frac{a}{b}$

Сандык барабардыктар

1. Эгерде a> b болсо, анда $b < a$
2. Эгерде a> b жана $b > c$ болсо, анда a> c
3. Эгерде a> b болсо, анда a+c> b+c
4. Эгерде a> b жана $c > 0$ болсо, анда $ac > bc$
5. Эгерде a> b жана $c < 0$ болсо, анда $ac < bc$
6. Эгерде a> b жана $c > d$ болсо, анда $a+c > b+d$
7. Эгерде a> 0 жана $b > 0$, $c > 0$, $d > 0$ болсо, анда $ac > bd$, мында a> b жана $c > d$
8. Эгерде a> $b > 0$ жана n-натуралдык сан болсо, анда $a^n > b^n$

Чыныгы сандын модулу жана анын касиеттери

1. $|x| = x$
2. $|\boldsymbol{x}| = |-x|$
3. $|x|^{\mathbf{2}} = \boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}$
4. $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
5. $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ $y \neq 0$
6. $|\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}| \leq |\boldsymbol{x}| + |\boldsymbol{y}|$
7. $|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}| = |y-x|$
8. Эгерде x< $0 < y$ болсо, $|x-y| = -(x-y) = y-x$
9. Эгерде x< $0 < y$ болсо, $|y-x| = y-x$

Модулдуу теңдеме

$$|x| = a \quad \begin{cases} a < 0 \text{ болгондо чыгарлышы жок} \\ a = 0\ ;\ x = 0 \\ a > 0\text{, болгондо } \left[\begin{array}{l} x = a \\ x = -a \end{array}\right. \end{cases}$$

$$|x - b| = a \begin{cases} a < 0 \text{ болгондо чыгарылышы жок} \\ a = 0\ ;\ x = b \\ a > 0\text{, болгондо } \left[\begin{array}{l} x = b - a \\ x = b + a \end{array}\right. \end{cases}$$

$$|f(x)| = |g(x)| \begin{cases} \text{теңдемелердин биригүүсүндө} \\ \text{тең күчтө болот} \\ \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{array}\right. \end{cases}$$

$$|f(x)| = g(x) \begin{cases} \text{теңдемелердин системасына} \\ \text{тең күчтө болот} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{array}\right. \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

Кыскача көбөйтүүнүн формулалары

1. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
2. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
3. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
4. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
5. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
6. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
7. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
8. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
9. $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - a^{n-4}b^3 + \cdots + b^{n-1})$, n- так натуралдык сан, $n > 1$
10. $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + a^{n-4}b^3 + \cdots + b^{n-1})$, $n \in N$, $n > 1$
11. $a^4 + b^4 = (a^2 + \sqrt{2}a \cdot b + b^2) \cdot (a^2 - \sqrt{2}a \cdot b + b^2)$
12. $a^4 + a^2 \cdot b^2 + b^4 = (a^2 + a \cdot b + b^2) \cdot (a^2 - a \cdot b + b^2)$
13. $(a + b)^n = a^n + n \cdot a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \cdot a^{n-2}b^2 + \ldots + \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots k} \cdot a^{n-k}b^k + \ldots + b^n$
14. $m^4 + m^2 + 1 = (m^2 - m + 1) \cdot (m^2 + m + 1)$

Даражалар

Эгерде a$\geq 0, \mathrm{b} > 0$ *болсо, анда*

1. a^n=a$\cdot$ a $\cdot \ldots \cdot$a
2. $a^0 = 1 (a \neq 0)$
3. a^1=a
4. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $(a \neq 0)$
5. $a^{\frac{p}{q}}$ =$(a^{\frac{1}{q}})^2$ $(a > 0)$
6. $a^n \cdot a^m$=a^{n+m}
7. a^n: a^m=a^{n-m}
8. (a $\cdot$ $b)^n$=$a^n \cdot b^n$
9. (a: $b)^n$=a^n: b^n
10. $(a^n)^m = a^{nm}$

Тамырлар

Эгерде $a \geq 0$, $b > 0$ *болсо ,* *анда* $\sqrt{a} = b$ $b^2 = a$ *жана* $b \geq 0$

1. $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

2. $\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[4]{27} = \sqrt[12]{3^6 \cdot 9^4 \cdot 27^3}$

3. $(\sqrt[n]{a^m})^k = \sqrt[n]{a^{mk}}$

4. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

5. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}}} = \sqrt[mnp]{a}$

6. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

7. $\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$

8. $\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a$

9. $\sqrt[mk]{a^{km}} = \sqrt[m]{a^n}$; $\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[\frac{m}{k}]{a^{\frac{n}{k}}}$

10. $\sqrt[n]{a^n} \cdot b = a\sqrt[n]{b}$; $k\sqrt[n]{a} + p\sqrt[n]{a} - r\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a}(k + p + r)$

11. $\sqrt{a} \pm \sqrt{b} \neq \sqrt{a \pm b}$

12. $\sqrt[m]{a\sqrt[n]{b\sqrt[p]{c}}} = \sqrt[mnp]{a^{np} \cdot b^p \cdot c}$

13. $\sqrt[m]{a^x\sqrt[n]{a^y\sqrt[p]{a^z}}} = \sqrt[mnp]{a^{(xn+y)p+z}}$

14. $\sqrt[m]{a^{m-1}\sqrt[n]{a^{n-1}\sqrt[p]{a^{p-1}}}} = \sqrt[mnp]{a^{mnp-1}}$

15. $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a \ldots}}} = a$

16. $\sqrt[n]{a\sqrt[n]{a\sqrt[n]{a \ldots}}} = \sqrt[n-1]{a}$

17. $\sqrt{a \div \sqrt{a \div \sqrt{a \ldots}}} = \sqrt[3]{\mathrm{a}}$

18. $\sqrt[n]{a : \sqrt[n]{a : \sqrt[n]{a : \ldots}}} = \sqrt[n+1]{a}$

19. $\sqrt[n]{a\sqrt[m]{b\sqrt[n]{a\sqrt[m]{b\ldots}}}} = \sqrt[nm-1]{a^m} \cdot b$

20. $\sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a+\ldots}}} = \frac{\sqrt{4a+1}+1}{2}$

21. $\sqrt{a-\sqrt{a-\sqrt{a-\ldots}}} = \frac{\sqrt{4a+1}-1}{2}$

22. $\frac{b}{\sqrt[m]{a^n}} = \frac{b\cdot\sqrt[m]{a^{m-n}}}{\sqrt[m]{a^n}.\sqrt[m]{a^{m-n}}} = \frac{b\cdot\sqrt[m]{a^{m-n}}}{a}$;

23. $\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}\cdot\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$

24. $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$

25. $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$

26. $a+b = (\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b})$

27. $a-b = (\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b})$

$$\sqrt{a} = b, \qquad b^2 = a \quad жана \quad b \geq 0$$

Квадраттык теңдеме ax^2+bx+c=0

D=$\sqrt{b^2-4ac}$- квадраттык теңдеменин дискриминанты.

1. Эгерде D$<$ 0 болсо, анда квадраттык теңдеменин чечими жашабайт.
2. Эгерде D $=$ 0 болсо, анда квадраттык теңдеменин эселүү чечими $x_{1,2}=\frac{-b}{2a}$ жашайт.
3. Эгерде D$>$ 0 болсо, анда квадраттык теңдеменин эки чечими $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ жашайт.

Эгерде b $-$жуп сан болсо, анда квадраттык теңдеменин тамырынын формуласы:

$$x_{1,2}=\frac{\sqrt{k^2-4ac}}{a}, \text{ мында } k=\frac{b}{2}$$

<u>Виеттин теоремасы :</u> Эгерде $x^2+px+q=0$ келтирилген квадраттык теңдеменин тамырлары x_1 *жана* x_2 болсо, анда

$\begin{cases} x_1+x_2=-p \\ x_1\cdot x_2=q \end{cases}$ орун алат.

Оң сандын стандарттык түрү

$a=a_1\cdot 10^a$, мында 1$\leq a_1<10$ n-бүтүн сан (а санынын тартиби)

Каталыктар

Эгерде а- α санынын жакындаштырылган мааниси болсо, анда

$|a-a|$- абсолюттук каталык

$\frac{|a-a|}{|a|}\cdot 100\%$ -салыштырмалуу каталык .

Жакындаштырып эсептөөлөр үчүн формулалар

1. $\sqrt{\mathbf{1-x}} \approx 1+\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{2}}-\frac{\mathbf{x^2}}{\mathbf{8}}$
2. $\frac{1}{1+x} \approx 1-x+x^2$
3. $\sin x \approx x-\frac{x^3}{6}$
4. $l^x \approx 1+x+\frac{x^2}{2}$
5. $\sqrt[n]{1+x} \approx 1+\frac{1}{x}x-\frac{n-1}{2n^2}x^2$
6. $(1+x)^k \approx 1+kx+\frac{k(k-1)}{2}x^2$
7. $\cos x \approx 1-\frac{x^2}{2}$
8. $\tan x \approx x+\frac{x^3}{3}$
9. $\ln(1+x) \approx x-\frac{x^2}{2}$

Кээ бир белгилүү катыштар

1. $\frac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \ldots a_n}$, $a_1 \geq 0$
2. $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
3. Эгерде $a \geq 0,\ b > 0$ болсо, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \geq 2$
4. Эгерде $a \geq 0,\ b > 0,\ c > 0$ болсо, $a+b+c \geq \sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac}$
5. $(a_1^2+a_2^2+\ldots a_n^2)(b_1^2+b_2^2+\ldots b_n^2) \geq (a_1 b_1+a_2 b_2+\ldots+a_n b_n)^2$
6. $(1+a)^n \geq 1+ha,\ a \geq -1,\ h \geq 1$
7. $1+2+3+\ldots n=\frac{n(n+1)}{2}$
8. $1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$
9. $1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n-1)}{6}$
10. $1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{6}\right)^2$
11. $1+x+x^2+\ldots+x^n=\frac{1-x^{n+1}}{1-x}$
12. $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$

Ньютондун биному

$$(a+b)^n=a^n+na^{n-1}b+\frac{n(n-1)}{2}\cdot a^{n-2}b^2+\cdots+\frac{n(n-1)}{2}\cdot a^2b^{n-2}+nab^{n-1}+b^n$$

же $(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+\cdots+C_n^m a^{n-m}b^m+\cdots+C_n^{n-1}ab^{n-1}+C_n^n b^n$

Биномиалдык коэффициенттер

$C_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}$, $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n$

$0!=1,\quad 1!=1,\ 2!=2,\ldots,C_n^1=1,\quad C_n^n=C_n^0=1$

Биномиалдык коэффициенттин касиеттери

Паскалдын үч бурчтугу

Binomial	Expansion	Pascal's Triangle
$(x \pm y)^0$	1	1
$(x \pm y)^1$	$1x \pm 1y$	1 1
$(x \pm y)^2$	$1x^2 \pm 2xy + 1y^2$	1 2 1
$(x \pm y)^3$	$1x^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 \pm 1y^3$	1 3 3 1
$(x \pm y)^4$	$1x^4 \pm 4x^3y + 6x^2y^2 \pm 4xy^3 + 1y^4$	1 4 6 4 1
$(x \pm y)^5$	$1x^5 \pm 5x^4y + 10x^3y^2 \pm 10x^2y^3 + 5xy^4 \pm 1y^5$	1 5 10 10 5 1
$(x \pm y)^6$	$1x^6 \pm 6x^5y + 15x^4y^2 \pm 20x^3y^3 + 15x^2y^4 \pm 6xy^5 + 1y^6$	1 6 15 20 15 6 1

Прогрессия

Арифметикалык прогрессия

d = прогрессиянын айырмасы

=

-арифметикалык прогрессиянын алгачкы мүчөлөрүнүн суммасы .

- прогрессия өсүүчү
- прогрессия кемүүчү

Геометриялык прогрессия .

$b_1,\ b_2,\ b_3, \dots,\ b_{n-1},\ b_n$

b_{n+1}/b_n=q

$b_2 = b_1$q

$q -$ прогрессиянын бөлүмү.

b_3=$b_2 q$=$b_1 q^2$

$b_n = b_1 q^{n-1}$

$b_1 \cdot b_n$=$b_2 b_{n-1} = b_3 \cdot b_{n-2} = \ldots = b_k \cdot b_{n-k+1} \dots = b_1^2 \cdot q^{n-1}$

Өсүүчү геометриялык прогрессиянын алгачкы n мүчөлөрүнүн суммасы

($q < 1$) болгондо

$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{q-1}$; $S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1)}{q-1}$

Чексиз кемүүчү геометриялык прогрессиянын мүчөлөрүнүн суммасы

$S_n = \frac{b_1}{1-q}$, $|q| < 1$
$b_k^2 = b_{k-1} b_{k+1}$, $k = 2,3, \dots, n-1$

Логарифм

$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$; мында a > 0, a $\neq 1$ (логарифмдин аныктамасы)

$\log_{10} b = \lg b$ (ондук логарифм)

$\lg 1 = 0$, $\lg 10 = 1$, $\lg 100 = 2$, $\lg 1000 = 3, \dots, \lg 10^n = n$

$\lg 0{,}1 = -1$, $\lg 0{,}01 = -2$, $\lg 0{,}001 = -3 , \dots, \lg 10^{-n} = -n$

$\lg_e x = \ln x$ *(натуралдык логарифм)*

e=2,7182818284590…; иррационалдык сан $e \approx 2{,}7$; $\ln e = 1$, $\ln 1 = 0$

1. $\mathrm{a}^{\log_\mathrm{a} \mathrm{x}} = \mathrm{a}$ — x> 0 ; $\mathrm{a} > 0$; $\mathrm{a} \neq 1$
2. $\log_\mathrm{a} \mathrm{x} \cdot \mathrm{y} = \log_\mathrm{a} \mathrm{x} + \log_\mathrm{a} \mathrm{y}$ — x> 0 ; $\mathrm{y} > 0$; $\mathrm{a} > 0$; $\mathrm{a} \neq 1$
3. $\log_\mathrm{a} \mathrm{x} \cdot \mathrm{y} = \log_\mathrm{a} |\mathrm{x}| + \log_\mathrm{a} |\mathrm{y}|$ — $\mathrm{xy} > 0$; $\mathrm{a} > 0$; $\mathrm{a} \neq 1$
4. $\log_\mathrm{a} \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{y}} = \log_\mathrm{a} \mathrm{x} - \log_\mathrm{a} \mathrm{y}$ — x> 0 ; $\mathrm{y} > 0$; $\mathrm{a} > 0$; $\mathrm{a} \neq 1$
5. $\log_\mathrm{a} \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{y}} = \log_\mathrm{a} |\mathrm{x}| - \log_\mathrm{a} |\mathrm{y}|$ — $\mathrm{xy} > 0$; $\mathrm{a} > 0$; $\mathrm{a} \neq 1$ n∈R, n≠2k , k∈ Z
6. $\log_\mathrm{a} \mathrm{x}^n = n(\log_\mathrm{a} \mathrm{x})$ — x> 0; $\mathrm{a} > 0$; $\mathrm{a} \neq 1$
7. $\log_a x^{2n} = 2n\,(\log_\mathrm{a} |\mathrm{x}|)$ — x≠0; $\mathrm{a} > 0$; $\mathrm{a} \neq 1$
8. $\log_b \mathrm{x} = \frac{\log_\mathrm{a} \mathrm{x}}{\log_a b}$ — b> 0; $b \neq 0$; $\mathrm{a} > 0$; $\mathrm{a} \neq 1$; $x > 0$
9. $\log_{a^q} b^p = \frac{p}{q} \log_a b$

10. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
11. $\log_a a = 1$
12. $\log_a 1 = 0$
13. $10^{\lg b} = b$
14. $e^{\ln b} = b$

Логарифмалык теңдемелер

1. $log_a x = b \ (a > 0,\ a \neq 0)$

$\log_a f(x) = b \Rightarrow \begin{cases} f(x) \succ 0 \\ f(x) = a^b \end{cases}$

2. $\log_a f(x) = \log_a \varphi(x)$, a≻0 , $a \neq 0$

$\log_a f(x) = \log_a \varphi(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) \succ 0 \\ \varphi(x) \succ 0 \\ f(x) = \varphi(x) \end{cases}$

Көрсөткүчтүү теңдемелер жана барабарсыздыктар

1. $a^x=b$, a> $0,\ b > 0,\ a \neq 0$

   $a^x = b \Rightarrow x = \log_a b$

2. $a^{f(x)} = b \Rightarrow f(x) = \log_a b\ ,\ a > 0,$

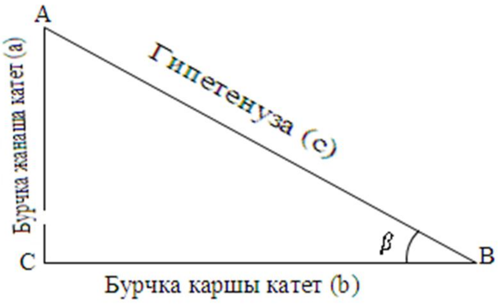
   b> $0,\ a \neq 0$

3. $a^{f(x)}=a^{\varphi(x)}$, a> $0,\ a \neq 0$

$a^{f(x)}=a^{(\varphi)} \Rightarrow f(x\ ) = \varphi(x)$

4. y=a^x

Тригонометриялык катыш



Тригонометриялык аталыш	Катыштын аныктамасы	Катыштыны аныктамасынын кыскача жазылышы
sin	бурчка каршы жактын узундугу / гипетенузанын узундугу	sin = –
cos	бурчка жанаша жактын узундугу / гипетенузанын узундугу	cos = –
tan	бурчка каршы жактын узундугу / бурчка жанаша жактын узундугу	tan = –
	бурчка жанаша жактын узундугу / бурчка каршы жактын узундугу	= –
sec	гипетенузанын узундугу / бурчка жанаша жактын узундугу	sec –
csc	гипетенузанын узундугу / бурчка каршы жактын узундугу	csc = –

Негизги тригонометриялык теңдештиктер

1. 1
2.
3. =—— ;
4. ——
5. ——
6. ——

Тригонометриялык функциялардын аргументтерин кошуунун жана кемитүүнүн формулалары

2.

———— 4. ————

———— 6. ————

Эки эселенген жана үч эселенген аргументтин формулалары

1. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
2. $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - \sin^2\alpha$
3. $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$
4. $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{c\operatorname{tg}^2\alpha-1}{2\operatorname{cgt}\alpha}$
5. $sin3\alpha\ = 3\,sin\,\alpha\ -\ 4sin^3\alpha$
6. $cos3a = 4cos^3a - 3cosa$
7. $tg3a = \frac{3tga-tg^3}{1-3tg^2\alpha}$, $\alpha \neq \frac{\pi}{6}(2n+1), n\epsilon Z$
8. $ctg3\alpha = \frac{3ctg-ctg^3\alpha}{1-3ctg^2\alpha},\ \alpha \neq \frac{\pi n}{3},\ n\epsilon Z$

Жарым аргументтин формулалары

1. $sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-cos\alpha}{2}$
2. $cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+cos\alpha}{2}$
3. $tg^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-cos\alpha}{1+cos\alpha},\quad \alpha \neq \pi(2n+1),\ n\epsilon Z$
4. $ctg^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+cos\alpha}{1-cos\alpha},\ \ \alpha \neq 2\pi n\,,\ n\epsilon Z$
5. $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{sin\alpha}{1+cos\alpha} = \frac{1-cos\alpha}{sin\alpha},\ \ \alpha \neq 2\pi n\,,\ n\epsilon Z$
6. $\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2} = \frac{1+cos\alpha}{sin\alpha} = \frac{sin\alpha}{1-cos\alpha},\ \alpha \neq 2\pi n\,,\ n\epsilon Z$

Кээ бир бурчтар үчүн тригонометриялык функциялардын маанилери

Аргумент		**функция**			
Градус	**радиан**	**sinα**	**cosα**	**tgα**	**ctgα**
0°	0	0	1	0	∞(аныкталбайт)
15°	$\pi/12$	$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$	2-$\sqrt{3}$	2+$\sqrt{3}$
18°	$\pi/10$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\frac{\sqrt{5+\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}-1}$
30°	$\pi/6$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
36°	$\pi/5$	$\frac{\sqrt{5-\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}+1}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$
45°	$\pi/4$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	1
54°	$3\pi/10$	$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$\frac{\sqrt{5-\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}+1}$

60°	$\pi/3$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
75°	$5\pi/12$	$\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$	$2+\sqrt{3}$	$2-\sqrt{3}$
90°	$\pi/2$	1	0	∞ (аныкталбайт)	0
120°	$\pi/3$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
135°	$3\pi/4$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	-1	-1
150°	$5\pi/6$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$
180°	π	0	-1	0	$-\infty$ (аныкталбайт)
210°	$7\pi/6$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
225°	$5\pi/4$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	1
240°	$4\pi/3$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
270°	$3\pi/2$	-1	0	$-\infty$ (аныкталбайт)	0
300°	$5\pi/3$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
315°	$7\pi/4$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	-1	1
330°	$11\pi/6$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$
360°	2π	0	1	0	∞ (аныкталбайт)

чейректер	**функция**			
	sinα	**cosα**	**tgα**	**$ctg\alpha$**
I	+	+	+	+
II	+	-	-	-
III	-	-	+	+
IV	-	+	-	-

Келтирүүнүн формулалары

x	$\frac{\pi}{2}-2$	$\frac{\pi}{2}+2$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi-\alpha$	$2\pi+\alpha$
sinx	cosα	cosα	sinα	-sinα	-cosα	-cosα	-sinα	sinα
cosx	sinα	-sinα	-cosα	-cosα	-sinα	sinα	cosα	cosα
tgx	ctgα	-ctgα	-tgα	tgα	ctgα	-ctgα	-tgα	tgα
ctgx	tgα	-tgα	-ctgα	ctgα	tgα	-tgα	-ctgα	ctgα

Тригонометриялык функциялардын тактыгы, жуптугу жана мезгилдүүлүгү

1. $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$
2. $\cos(-\alpha)$=$\cos\alpha$
3. $tg(-\alpha)$= -tgα, (x$\neq \pi/2+\pi n$)
4. ctg(-α)= -ctgα, (x$\neq \pi n$)
5. $\sin(x+2\pi) = \sin(x-2\pi) = \sin x$
6. $\cos(x+2\pi) = \cos(x-2\pi) = \cos x$
7. tg(x+π)=tg(x-π)=tgx , (x$\neq \pi/2+\pi n$)
8. ctg(x+π)=ctg(x-π)=ctgx , (x$\neq \pi n$)

Тригонометриялык функциялардын суммасын жана айырмасын көбөйтүндүгө өзгөртүү формулалары

1. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
2. $\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
3. $\cos\alpha + \cos\beta$=$2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
4. $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2} = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$
5. $\cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2}\cos(45^\circ - \alpha)$
6. $\cos\alpha - \sin\alpha = \sqrt{2}\cos(45^\circ - \alpha)$
7. tg$\alpha \pm$ tgβ $= \frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$, $\alpha,\beta \neq \frac{\pi}{2}(2n-1), n\epsilon Z$
8. ctg$\alpha \pm$ ctgβ $= \frac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}$, $\alpha,\beta \neq \pi n, n\epsilon Z$
9. tgα + ctgβ=$\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cdot\sin\beta}$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k\epsilon Z, \beta \neq \pi n, n\epsilon Z$
10. tgα − ctgβ=$\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cdot\sin\beta}$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k\epsilon Z, \beta \neq \pi n, n\epsilon Z$
11. tg$\alpha + ctg\alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}, \alpha \neq \frac{\pi n}{2}, n\epsilon Z$
12. tgα − ctgα= -ctg2α, $\alpha \neq \frac{\pi n}{2}, n\epsilon Z$
13. 1+cos α=$2cos^2\frac{\alpha}{2}$
14. 1-cos α=2$2sin^2\frac{\alpha}{2}$
15. 1+sin α=$2cos^2\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$
16. 1-sin α=$2sin^2\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$
17. 1$\pm$tg$\alpha = \frac{\sin(45^\circ\pm\alpha)}{\cos 45^\circ\cos\alpha} = \frac{\sqrt{2}\sin(45^\circ\pm\alpha)}{\cos\alpha}$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n\epsilon Z$
18. 1±tg$\alpha tg\beta = \frac{\cos(\alpha\mp\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$, α,β$\neq\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n\epsilon Z$
19. ctgαcos $\beta + 1 = \frac{\cos(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$, α,β$\neq\pi n,\ n\epsilon Z$
20. 1-$tg^2\alpha = \frac{\cos 2\alpha}{cos^2\alpha}$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n\epsilon Z$
21. 1-$ctg^2\alpha$=-$\frac{\cos 2\alpha}{sin^2\alpha}$, α$\neq\pi n,\ n\epsilon Z$
22. $tg^2\alpha - tg^2\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}{cos^2\alpha cos^2\beta}$, α,β$\neq\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n\epsilon Z$

23. $ctg^2\alpha - ctg^2\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)\sin(\beta-\alpha)}{sin^2\alpha\ cos^2\beta}$, $\alpha, \beta \neq \pi n, n\epsilon Z$

24. $tg^2\alpha - sin^2\alpha = tg^2\alpha sin^2\alpha$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n\epsilon Z$

25. $ctg^2\alpha - cos^2\alpha = ctg^2\alpha cos^2\alpha$, $\alpha\epsilon\pi n$, $n\epsilon Z$

Тригонометриялык функциялардын көбөйтүндүсүн суммага өзгөртүп түзүү

1. $\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta))$
2. $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta))$
3. $\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta))$
4. $\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma = \frac{1}{4}(\sin(\alpha+\beta-\gamma) + \sin(\beta+\gamma-\alpha) + \sin(\gamma+\alpha-\beta) - \sin(\alpha+\beta+\gamma))$
5. $\sin\alpha\cos\beta\cos\gamma = \frac{1}{4}(\sin(\alpha+\beta-\gamma) - \sin(\beta+\gamma-\alpha) + \sin(\gamma+\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta+\gamma))$
6. $\sin\alpha\sin\beta\cos\gamma = \frac{1}{4}(-\cos(\alpha+\beta-\gamma) + \cos(\beta+\gamma-\alpha) + \cos(\gamma+\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta+\gamma))$
7. $\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma = \frac{1}{4}(\cos(\alpha+\beta-\gamma) + \cos(\beta+\gamma-\alpha) + \cos(\gamma+\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta+\gamma))$

Тригонометриялык функцияларды жарым аргументтин тангенси аркылуу туюнтуу

1. $\sin\alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$, $\alpha \neq \pi(2n+1), n\epsilon Z$
2. $\cos\alpha = \frac{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$, $\alpha \neq \pi(2n+1), n\epsilon Z$
3. $\mathrm{tg}\alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}$, $\alpha, \frac{\alpha}{2} \neq \frac{\pi}{2}(2n+1),\ n\epsilon Z$
4. $\mathrm{ctg}\alpha = \frac{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}{2tg\frac{\alpha}{2}}$, α≠πn, nϵZ

Тескери тригонометриялык функциялар

1. $\sin(\arcsin x) = x, \quad -1 \leq x \leq 1$
2. $\sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2},\ -1 \leq x \leq 1$
3. $\sin(arctg\ x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
4. $\sin(arcctgx) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
5. $\cos(\arccos x)$= x, $-1 \leq x \leq 1$
6. $\cos(\arcsin x)$=$\sqrt{1-x^2},\ -1 \leq x \leq 1$
7. $\cos(arctg\ x)$= $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
8. $\cos(arcctgx)$=$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
9. $\mathrm{tg}(arc\,\mathrm{tg}\,x) = x$
10. $\mathrm{tg}(arc\,\mathrm{ctg}\,x) = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$
11. $\mathrm{tg}(arc\sin x)$=$\frac{x}{\sqrt{1-x^2}},\ -1 < x < 1$
12. $\mathrm{tg}(arc\cos x)$=$\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$, -1≤ $x < 0$, $0 < x \leq 1$
13. $\mathrm{ctg}(arc\,\mathrm{ctg}\,x) = x$
14. $\mathrm{ctg}(arc\,\mathrm{tg}\,x) = \frac{1}{x}$, x≠0

15. $\mathrm{ctg}(arc\sin x)=\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$, $-1\le x<0,\ 0<x\le 1$
16. $\mathrm{ctg}(arc\cos x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$, $-1<x<1$
17. $\arcsin x=\begin{cases} arc\cos\sqrt{1-x^2}, & \text{эгерде } 0\le x\le 1\\ -arc\cos\sqrt{1-x^2}, & \text{эгерде } -1\le x<0\end{cases}$
18. $\arcsin x=\mathrm{arctg}\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$, $-1<x<1$
19. $\arcsin x=\begin{cases} arctg\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}, & \text{эгерде } 0<x\le 1\\ arctg\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}-\pi, & \text{эгерде } -1\le x<0\end{cases}$
20. $arc\cos x=\begin{cases} arc\sin\sqrt{1-x^2}, & \text{эгерде } 0\le x\le 1\\ \pi-arc\sin\sqrt{1-x^2}, & \text{эгерде } -1\le x<0\end{cases}$
21. $\arccos x=\begin{cases} arctg\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}, & \text{эгерде } 0<x\le 1\\ \pi+arctg\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}, & \text{эгерде } -1\le x<0\end{cases}$
22. $arc\cos x=arc\,\mathrm{ctg}\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$, $-1<x<1$
23. $\mathrm{arctg}\,x=arc\sin\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, $-\infty<x<\infty$
24. $\mathrm{arctg}\,x=\begin{cases} arc\cos\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, & \text{эгерде } x\ge 0\\ -arc\cos\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, & \text{эгерде } x<0\end{cases}$
25. $\mathrm{arctg}\,x=\begin{cases} arc\,\mathrm{tg}\frac{1}{x}, & \text{эгерде } x>0\\ arc\,\mathrm{tg}\frac{1}{x}-\pi, & \text{эгерде } x<0\end{cases}$
26. $\mathrm{arcctg}\,x=\begin{cases} arc\sin\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, & \text{эгерде } x>0\\ \pi-arc\sin\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, & \text{эгерде } x<0\end{cases}$
27. $arc\,\mathrm{ctg}\,x=\begin{cases} arc\cos\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, & \text{эгерде } x\ge 0\\ -arc\cos\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, & \text{эгерде } x<0\end{cases}$
28. $\mathrm{arcctg}\,x=\begin{cases} arc\,\mathrm{tg}\frac{1}{x}, & \text{эгерде } x>0\\ \pi+arc\,\mathrm{tg}\frac{1}{x}, & \text{эгерде } x<0\end{cases}$
29. $\arcsin x+arc\cos x=\frac{\pi}{2}$, $1\le x\le 1$
30. $\mathrm{arctg}\,x+\mathrm{arc\,ctg\,x}=\frac{\pi}{2}$, $-\infty<x<\infty$

$$arc\sin \mathrm{x}+arc\sin \mathrm{y}=\begin{cases} arc\sin\left(x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2}\right), & \text{эгерде } xy\le 0 \text{ же } x^2+y^2\le 1\\ \pi-arc\sin\left(x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2}\right), & \text{эгерде } x>0, \quad y>0 \text{ жана } x^2+y^2>1\\ -\pi-arc\sin\left(x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2}\right), & \text{эгерде } x<0, \quad y<0 \text{ жана } x^2+y^2>1\end{cases}$$

$$arc\sin x+arc\sin \mathrm{y}=\begin{cases} arc\sin\left(x\sqrt{1-y^2}-y\sqrt{1-x^2}\right), & \text{эгерде } xy\ge 0 \text{ же } x^2+y^2\le 1\\ \pi-arc\sin\left(x\sqrt{1-y^2}-y\sqrt{1-x^2}\right), & \text{эгерде } x>0,\ y<0 \text{ жана } x^2+y^2>1\\ -\pi-arc\sin\left(x\sqrt{1-y^2}-y\sqrt{1-x^2}\right), & \text{эгерде } x<0,\ y>0 \text{ жана } x^2+y^2>1\end{cases}$$

$$\arccos x + arc\cos y = \begin{cases} arc\cos\left(xy - \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\right), & \text{эгерде } x + y \geq 0 \\ 2\pi - arc\cos\left(xy - \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\right), & \text{эгерде } x + y < 0 \end{cases}$$

$$\arccos x - arc\cos y = \begin{cases} -arc\cos\left(xy + \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\right), & \text{эгерде } x \geq 0 \\ arc\cos\left(xy + \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\right), & \text{эгерде } x < y \end{cases}$$

$$arc\,\mathrm{tg}\, x + arc\,\mathrm{tg}\, y = \begin{cases} arc\,\mathrm{tg}\dfrac{x+y}{1-xy}, & \text{эгерде } xy > -1 \\ \pi + arc\,\mathrm{tg}\dfrac{x+y}{1-xy}, & \text{эгерде } x > 0 \text{ жана } xy > 1 \\ -\pi + arc\,\mathrm{tg}\dfrac{x+y}{1-xy}, & \text{эгерде } x < 0 \text{ жана } xy > 1 \end{cases}$$

$$arc\,\mathrm{tg}\, x - arc\,\mathrm{tg}\, y = \begin{cases} arc\,\mathrm{tg}\dfrac{x-y}{1+xy}, & \text{эгерде } xy > -1 \\ \pi + arc\,\mathrm{tg}\dfrac{x-y}{1+xy}, & \text{эгерде } x > 0 \text{ жана } xy < -1 \\ -\pi + arc\,\mathrm{tg}\dfrac{x-y}{1+xy}, & \text{эгерде } x < 0 \text{ жана } xy < -1 \end{cases}$$

Тендеме	**Чечими**
$\sin x = a$	x= $(-1)^k arc\sin a + \pi n$, $\lvert a\rvert \leq 1$, nϵZ
$\cos x$=a	x= $\pm$ arccos $a + 2\pi$, $\lvert a\rvert \leq 1$, nϵZ
$\tan x = a$	x=arctg $a + \pi n$, $n\epsilon Z$
$\cot x = a$	x=arcctg $a + \pi n$, $n\epsilon Z$
$\sin x$=0	x= π n, $n\epsilon Z$
$\cos x = 0$	x=$\pi/2 + \pi n$, $n\epsilon Z$
$\mathrm{tg}\, x = 0$	x=πn , $n\epsilon Z$
ctg x=0	x=$\pi/2 + \pi n$, $n\epsilon Z$
$\sin x = 1$	x=$\pi/2 + 2\pi n$, $n\epsilon Z$
$\sin x$=-1	x=$-\pi/2 + 2\pi n$, $n\epsilon Z$
$\cos x = 1$	x=$2\pi n$, $n\epsilon Z$
$\cos x$=-1	x=$\pi + 2\pi n$, $n\epsilon Z$

Тригонометриялык барабарсыздыктар

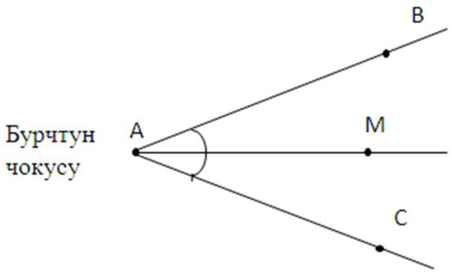
Барабарсыздык	**Чечими**
$\sin x$>a, -1<a<1	x$\epsilon(arc\sin a + 2\pi n\,;\ \pi - arc\sin a + 2\pi n)$
$\sin x < a\,, -1 < a < 1$	xϵ(-π-arcsin $a + 2\pi n\,;\ arc\sin a + 2\pi n$)
$\cos x > \alpha$, -1<a<1	xϵ(-$arc\cos a + 2\pi n\,; arc\cos a + 2\pi n$)
$\cos x < a\,, -1 < a < 1$	xϵ(arccos $a + 2\pi n\,; 2\pi - arc\cos a + 2\pi n$)
tg $x > \alpha$, -∞< α <∞	xϵ(arctg $a + \pi n;\ \pi/2 + \pi n$)
tg $x < \alpha$, -∞< α <∞	xϵ($-\pi/2 + \pi n$; arctg $a + \pi n$;)
ctg $x > \alpha$, -∞< α <∞	x$\epsilon(\pi n\,; arc\,\mathrm{tg}\,a + \pi n)$
ctg $x < \alpha$, -∞< α <∞	xϵ($arc\,\mathrm{tg}\,a + \pi n\ ;\ \pi + \pi n$), n$\epsilon$Z

Геометрия

ПЛАНИМЕТРИЯ

Бурчтар

Бир чекиттен (чокудан) чыгуучу эки шоола менен чектелген тегиздиктин бөлүгү ***бурч*** деп аталат.



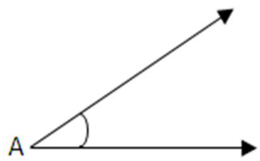
Берилген бурчтун чокусунан чыгып, ал бурчту тең экиге бөлүүчү шоола ***бурчтун биссектрисасы*** деп аталат.

Жактары бир түз сызыкты түзүүчү BAC бурчу **жайылган бурч** деп аталат.

Градус – бурчтун чоңдугун өлчөөнүн бирдиги, б. а. жайылган бурчтун жүз сексенден бир бөлүгү градус деп аталат.

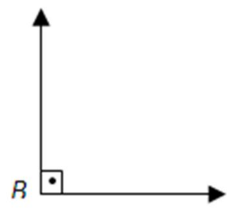
Бурчтун түрлөрү

Тик бурчтан кичине болгон бурчту ***тар бурч*** дейбиз.

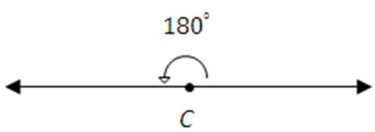


Жайылган бурчтун жарымы **тик бурч (   )** деп аталат.

∠BAD=



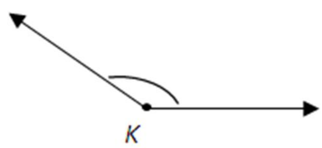
ту түзгөн бурч **жайылган бурч** деп аталат



Тик бурчтан чоң, бирок жайылган бурчтан кичине

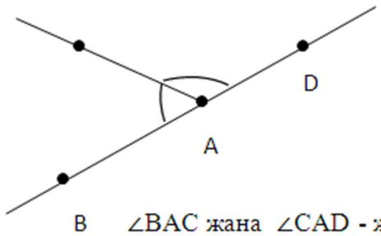
бурч **кең бурч** деп аталат.

D



Жандаш жана вертикалдык бурчтар

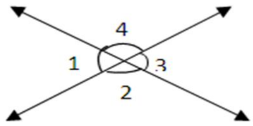
Бир жагы жалпы жак болгуп, калган эки жагы бир түз сызыкты түзүүчү жалпы чокулуу эки бурч **жандаш бурчтар** д.а.
Жандаш бурчтардын суммасы   ка барабар.
Тик бурчка жандаш бурч тик бурч болот.



∠BAC жана ∠CAD - жандаш бурчтар, б. а.
$\angle BAC + \angle CAD = 180^{\circ}$

Вертикалдык бурчтар

Бир бурчтун жактары экинчи бурчтун жактарынын толуктоочу шоолалары болсо, анда мындай бурчтар ***вертикалдык бурчтар*** деп аталат.
Вертикалдык бурчтар барабар болушат.



∠1 , ∠3 -вертикалдуу бурчтар

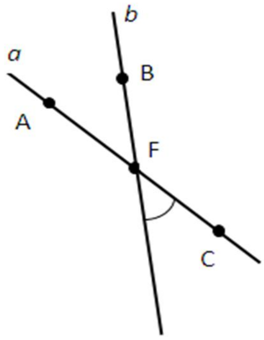
∠2, ∠4- вертикалдуу бурчтар

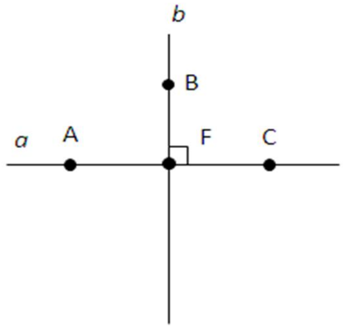
∠1 =3, ∠2= ∠4

Түз сызыктардын арасындагы бурч

Кесилишүүчү эки түз сызыктын арасындагы бурч деп, алардын кесилишинен пайда болгон вертикалдык бурчтардын кичинеси аталат.

Тик бурчту түзүүчү түз сызыктар перпендикулярдуу.

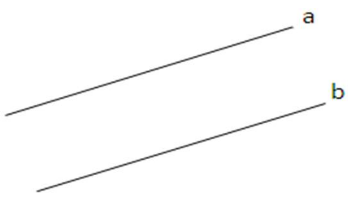




∠(a,b)=∠AFB   ∠BFC

(∠AFB=∠BFC)   (∠(a,b)=   ⇒(a   )

Тегиздиктеги жалпы чекитке ээ болгон эки түз сызык **параллель түз сызыктар** деп аталат.



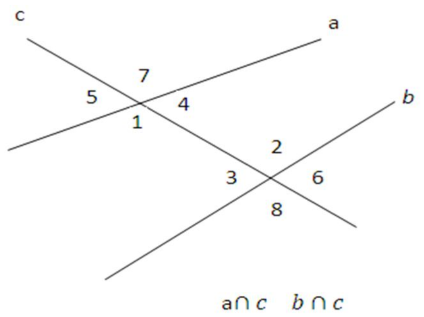
$a // b \Leftrightarrow a \cap b = \emptyset$

Эки түз сызык үчүнчү (кесүүчү) түз сызык менен кесилишкенде төмөндөгү түгөйлүү бурчтарды пайда кылат:

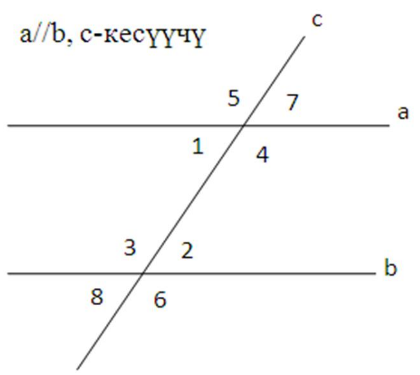
(1;2) ; (3;4) - ички кайчылаш бурчтар

(1;8) ;(5;3) ; (4;6) (7;2) – туура келүүчү бурчтар

(1;3) ; (2;4)- ички бурчтар



ЭКИ ПАРАЛЛЕЛЬ ТҮЗ СЫЗЫКТЫ КЕСИП ӨТҮҮЧҮ ТҮЗ СЫЗЫКТЫН КЕСИЛИШИНЕН ПАЙДА БОЛГОН БУРЧТАР



Ички кайчылаш жаткан бурчтар барабар

$\angle 1=\angle 2$; $\angle 3=\angle 4$; $\angle 5=\angle 6$; $\angle 7=\angle 8$

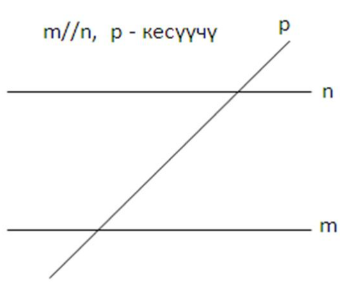
Туура келүүчү бурчтары барабар

$\angle 3=\angle 5$; $\angle 1=\angle 8$; $\angle 2=\angle 7$; $\angle 4=\angle 6$

Ички бир жактуу бурчтарынын суммасы

$\angle 1+\angle 3=\angle 5+\angle 8=\angle 2+\angle 4=\angle 6+\angle 7=$

Түз сызыктардын параллелдик белгилери



Эгерде эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кескенде ички кайчылаш бурчтары барабар болсо, анда ал эки түз сызык параллель болушат.

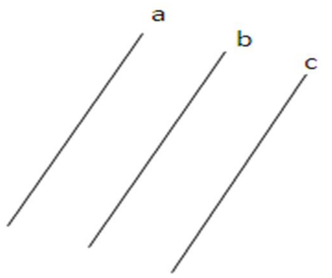
Эгерде эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кескенде, туура келүүчү бурчтары барабар болушса, анда берилген эки түз сызык параллель болушат.

Эгерде түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кескенде, ички бир жактуу бурчтардын суммасы ка барабар болсо, анда ал эки түз параллель болушат.

Параллель түз сызыктардын негизги касиети

Берилген түз сызыкта жатпаган чекит аркылуу ага параллель болгон түз сызык жүргүзүүгө болот, бирок бирди гана.

Эгерде каалагандай эки түз сызык үчүнчүсүнө параллель болсо, анда алар бири-бирине параллель болот (параллелдүүлүктүн жеткиликтүүлүгү).

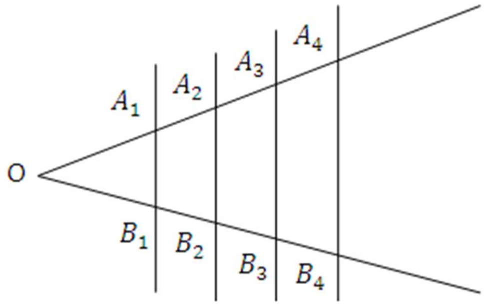


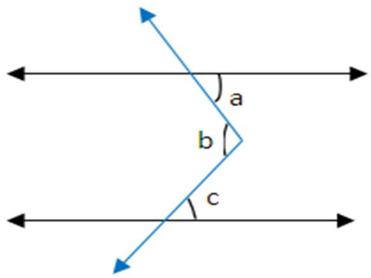
$(a//b\ ;\ b//c) \Rightarrow (a//c)$

Фалестин теоремасы

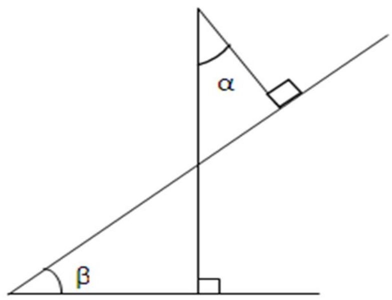
Эгер бурчтун жактарын кесип өткөн параллель түз сызыктар, анын бир жагын барабар кесиндилерге бөлүп өтүшсө, анда алар ал бурчтун башка жагын да барабар кесиндилерге бөлүп өтүшөт.

болсо — —



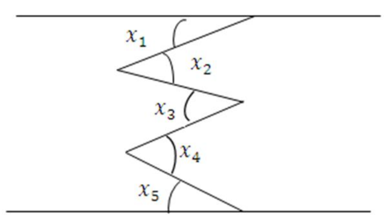


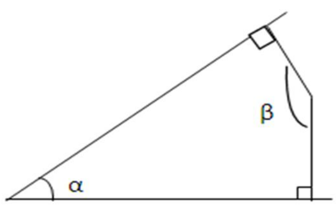
$\angle b^\circ = \angle a^\circ + \angle c^\circ$



α=β

Параллель түз сызыктарды бир нече кесүүчү түз сызыктар менен кескенде кесилишинен пайда болгон бурчтар.

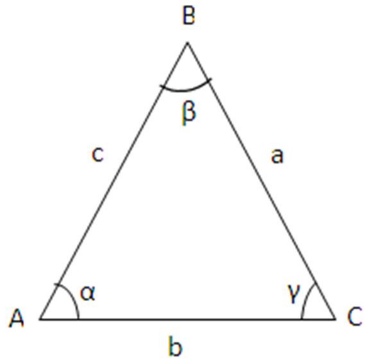




α+β=180°

Үч бурчтук

Бир түз сызыкта жатпаган үч чекиттен жана ал чекиттерди эки-экиден туташтырган үч кесиндиден турган фигура ***үч бурчтук*** деп аталат.

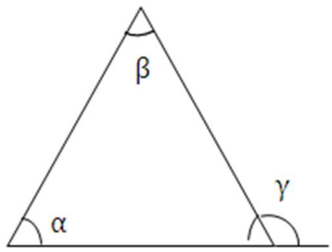


Чекиттер үч бурчтуктун чокулары деп, ал эми кесиндилер болсо анын жактары деп аталат.
AB жана AC жарым түз сызыктарынан пайда болгон бурч ΔABC үч бурчтугунун A чокусундагы бурчу деп аталат .
Ар кандай үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы
ка барабар. α+β+γ=
Каалагандай үч бурчтуктун ар бир жагы калган эки жагынын суммасынан кичине.
a<b+c, b<a+c, c<a+b мында a, b, c – үч бурчтуктун жактарынын узундуктары.

Үч бурчтуктун тышкы бурчу аны менен жандаш болбогон эки ички бурчтарынын суммасына барабар.

$$\gamma=\alpha+\beta$$

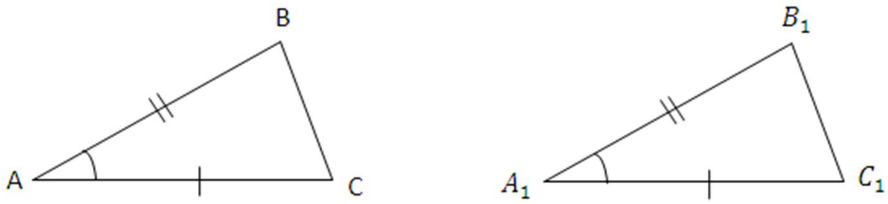
Үч бурчтуктун тышкы бурчтарынын суммасы



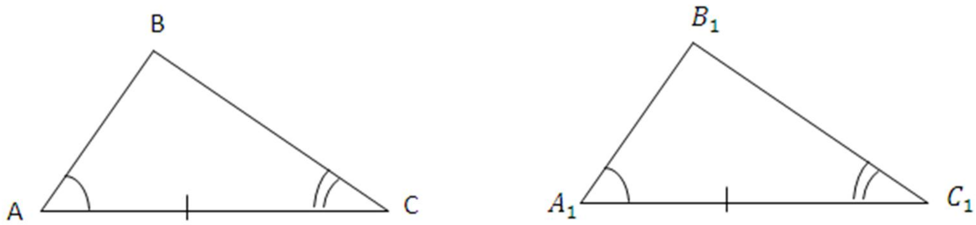
γ=α+β

Үч бурчтуктун барабардык белгилери

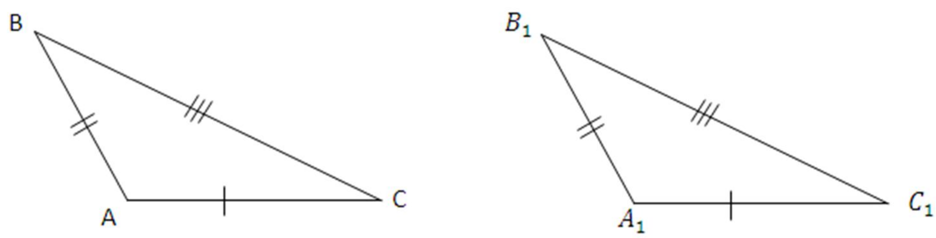
Эки жагы жана алардын арасындагы бурч боюнча AB= , AC= , ∠A=∠ анда ΔABC=Δ



Бир жагы жана ага жанаша жаткан бурчтары боюнча AC= ∠A=∠ , ∠C=∠ . Демек, ABC=Δ

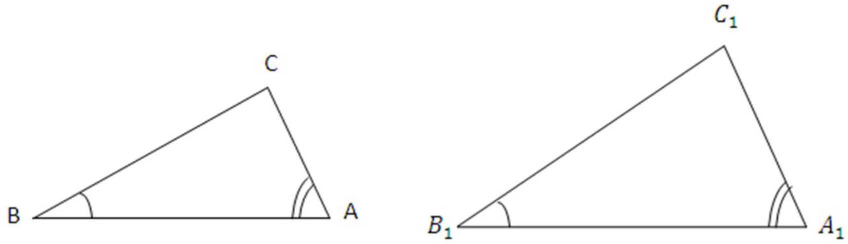


Үч жагы боюнча AC= , AB= , BC= ΔABC=Δ

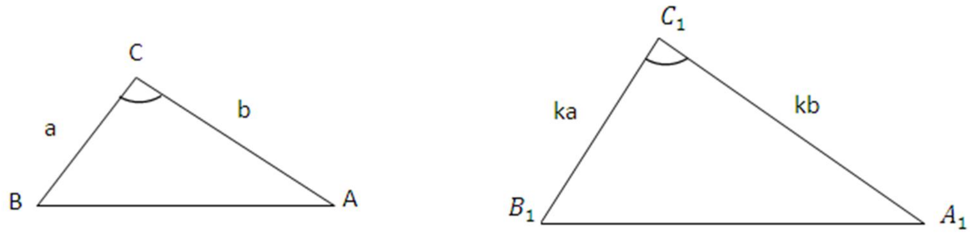


Үч бурчтуктун окшоштук белгилери

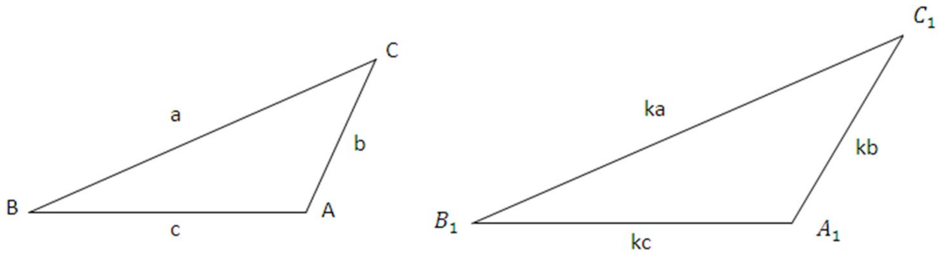
1. Эки бурчу боюча ∠A=∠ ∠B=∠ демек,



2. Эки жагы жана алардын арасындагы бурчу боюнча —— = —— , ∠C=∠ демек,



3. Үч жагы боюнча —— —— =—— =k ΔABC~Δ



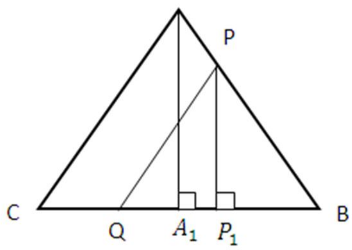
Окшош үч бурчтуктар алардын касиеттери

Үч бурчтуктун жагына параллель болгон түз сызык андан берилген үч бурчтукка окшош үч бурчтукту кесип алат.

Окшош үч бурчтуктун окшош сызыктуу элементтери окшош жактарына пропорциялаш.

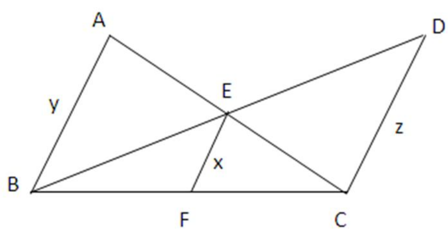
Окшош үч бурчтуктардын периметрлери окшош жактарынын катышындай катышат.

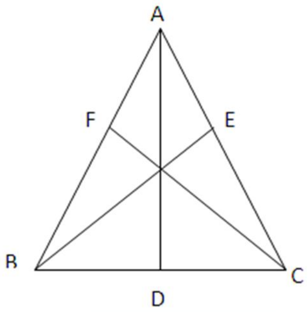
Окшош үч бурчтуктардын аянттары окшош жактарынын катышындай катышат.



PQ AC⇒ΔABC~ΔPBQ⇒ — — — - окшоштук коэффициенти

P A —— ———— ——





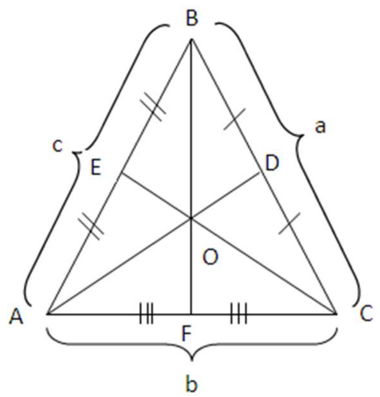
$$\frac{DB}{DC}\cdot\frac{EC}{EA}\cdot\frac{AF}{FB}=1$$

Үч бурчтуктун медианасы

Үч бурчтуктун чокусун карама-каршы жагынын теӊ ортосу менен туташтыруучу кесинди **медиана** деп аталат.

Үч бурчтуктун медианалары бир чекитте кесилишет жана чокусунан баштап бул чекитте **2:1** катышындай катышта бөлүшөт.

Медиана үч бурчтукту бирдей чоӊдуктагы эки үч бурчтукка бөлөт.
Үч бурчтуктун медианасы аны алты бирдей чоӊдуктагы үч бурчтуктарга бөлөт.



a>b>c⟺

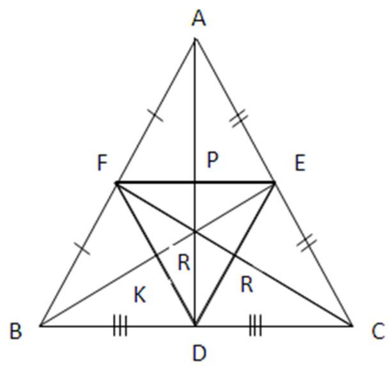
AO:OD=CO:OE=BO:OF=2:1

Медиананын узундугу

; =∠BAC

; =∠BCA

; =∠ABC

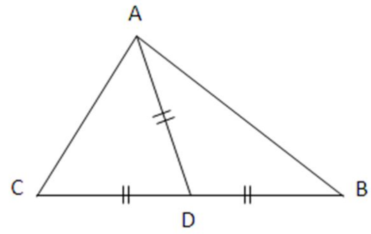


AP=PD , PG= , EF//BC⇒FE=

FR=RC , KG= FD//AC ⇒FD=

BK=KE , GR= , ED//AB⇒ED=

FP=PE=— , FK=KD=— , DR=RE=—



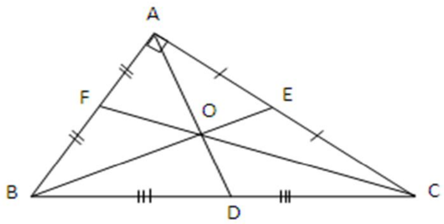
AD=BD=DC

болсо, ∠A= болот

AD= –

Эгер ∠A= болсо

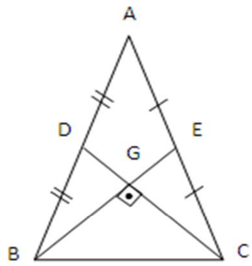
p= —— - жарым периметр. p< <2p ; <



∠A= 90° болсо

$$m_b^2 + m_c^2 = 5m_a^2$$

$$m_b^2 + m_c^2 = \frac{5}{4}a^2$$

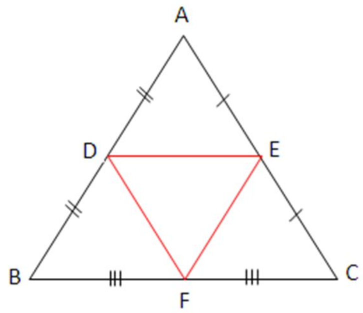


BE⊥DC болсо

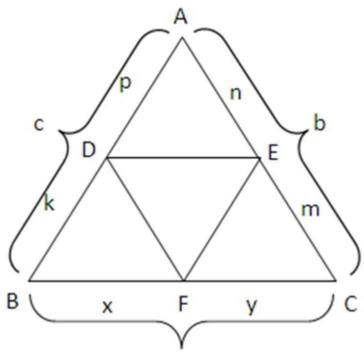
BE=m_b } медиана

DC=m_c

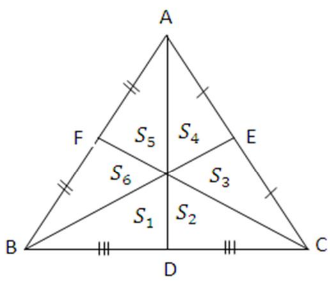
$$m_b^2 + m_c^2 = m_a^2$$



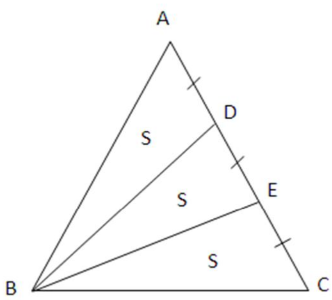
$$S_{ADE} + S_{EFC} + S_{BDF} = S_{DEF} = \frac{S_{ABC}}{4}$$



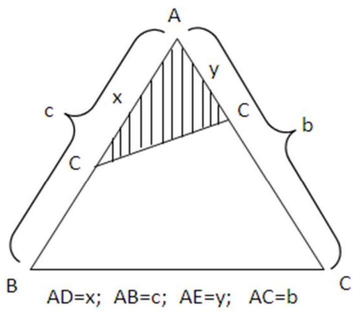
$$\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \frac{x \cdot m^{a} \rho + y \cdot n \cdot k}{a \cdot b \cdot c}$$



$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6 = \frac{S_{ABC}}{6}$$



$$AD = DE = EC$$

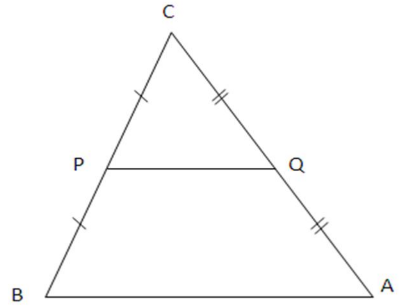


AD=x; AB=c; AE=y; AC=b

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{x \cdot y}{b \cdot c}$$

Үч бурчтуктун орто сызыгы

Үч бурчтуктун эки жагынын тең ортосун бириктирүүчү кесинди **үч бурчтуктун орто сызыгы** деп аталат. Үч бурчтуктун орто сызыгы үчүнчү жагына параллель жана анын жарымына барабар.

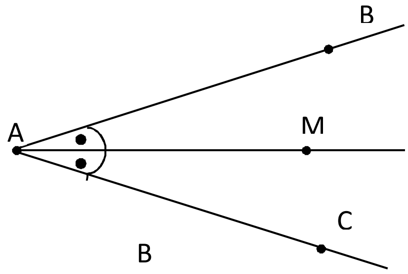


$PQ//AB \quad PQ = \frac{1}{2}AB$

$\frac{CP}{CB} = \frac{CQ}{CA} = \frac{PQ}{BA}$

Бурчтуктун биссектрисасы

Берилген бурчтун чокусунан чыгып, ал бурчту тең экиге бөлгөн шоола ***бурчтун биссектрисасы*** деп аталат.

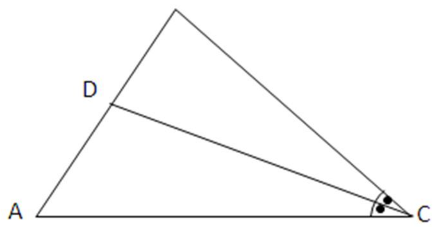


Үч бурчтуктун биссектрисасы деп, анын ички бурчунун биссектриса кесиндисин аташат.

Жактары — — мында CD – биссектриса

Үч бурчтуктун баардык биссектрисалары бир чекитте үч бурчтукка ичтен сызылган айлананын борборунда кесилишет.

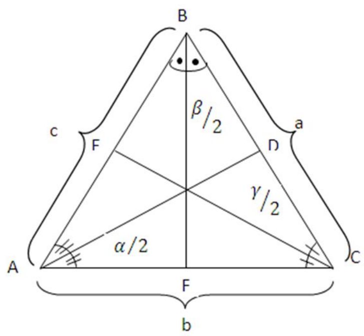
Үч бурчтуктун биссектрисасы карама-каршы жаткан жагын жанаша жаткан жактарына пропорциялуу кесиндилерге бөлөт.



Биссектрисанын узундугу

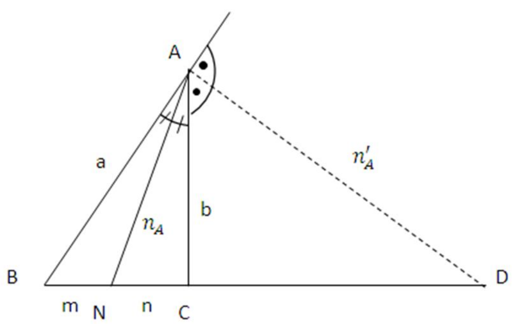
— — —, — мында

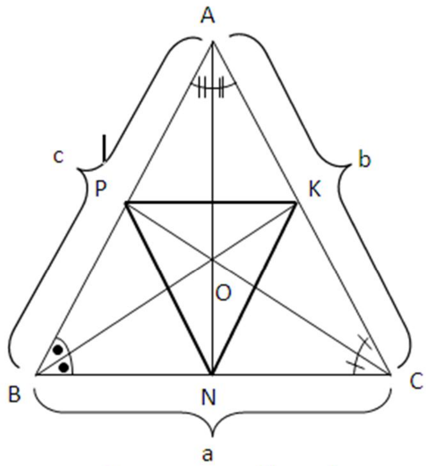
— - жарым периметр



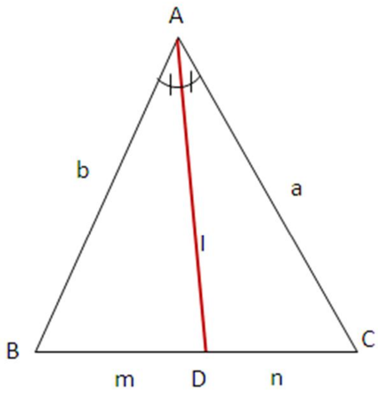
- биссектрисалар

AD=

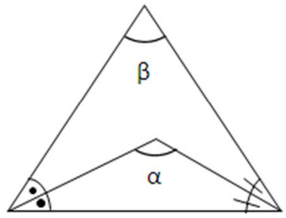




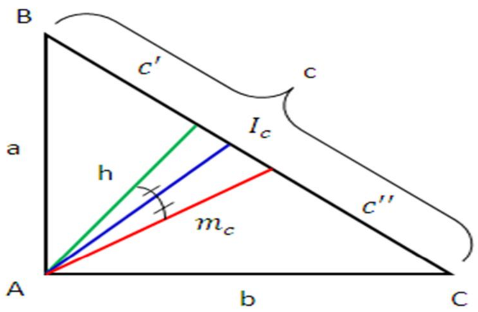
$$\frac{S_{PNK}}{S_{ABC}} = \frac{2 \cdot a \cdot b \cdot c}{(a+b)(b+c)(a+c)}$$



$$l^2 + m \cdot n = a \cdot b$$



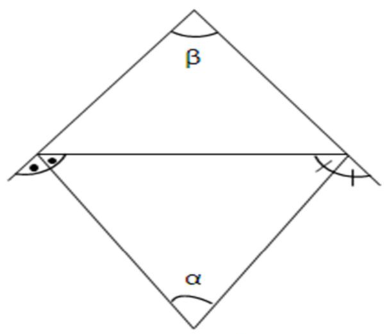
$$\alpha = 90^\circ + \frac{\beta}{2}$$



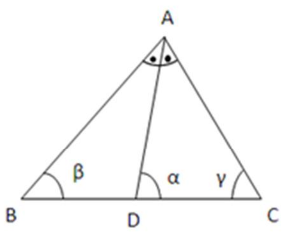
l_c-биссектриса

$$\frac{c'}{h} = \frac{h}{c''}$$

$$\frac{c'}{a} = \frac{a}{c}, \qquad \frac{c''}{b} = \frac{b}{c}$$

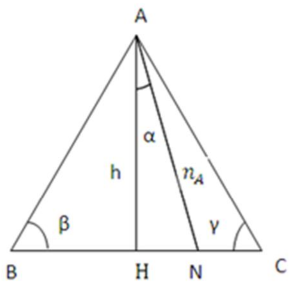


$$\alpha = 90^\circ - \frac{\beta}{2}$$



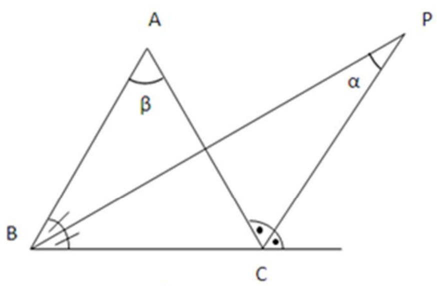
AD-биссектриса

$$\alpha = 90^\circ + \frac{|\beta - \gamma|}{2}$$



n_A- биссектриса

$$\alpha = \frac{|\beta - \gamma|}{2}$$



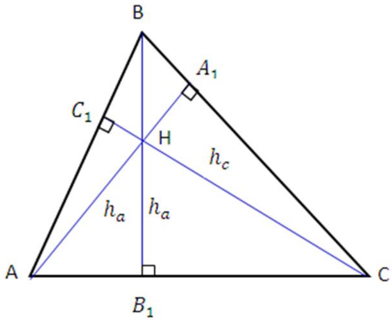
$$\alpha = \frac{\beta}{2}$$

Үч бурчтуктун бийиктиги

Үч бурчтуктун берилген чокусунан карама-каршы жагын камтыган түз сызыкка түшүрүлгөн перпендикуляр ***бийиктик*** деп аталат.

Үч бурчтуктун баардык бийиктиктери **орто борбор** деп аталган бир чекитте кесилишет.

-бийиктиктери

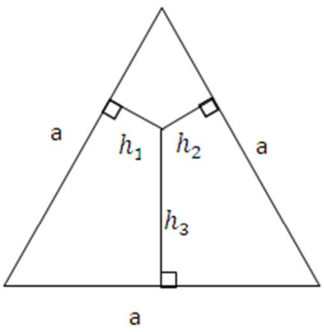


;

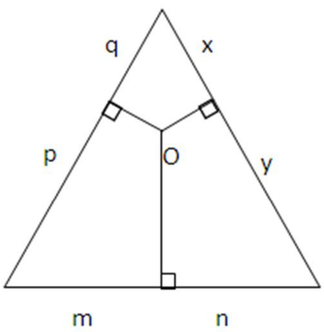
– – –

— — — –, r - үч бурчтукка ичтен сызылган айлананын радиусу

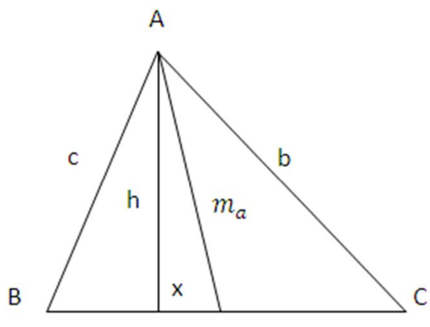
Тең жактуу үч бурчтук



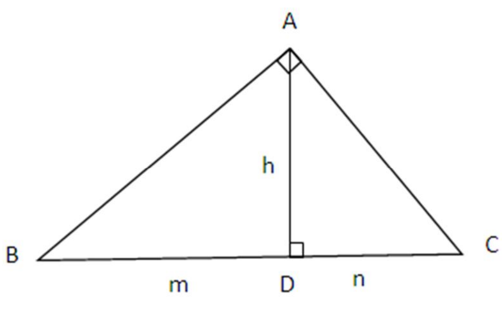
$$h_1 + h_2 + h_3 = h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



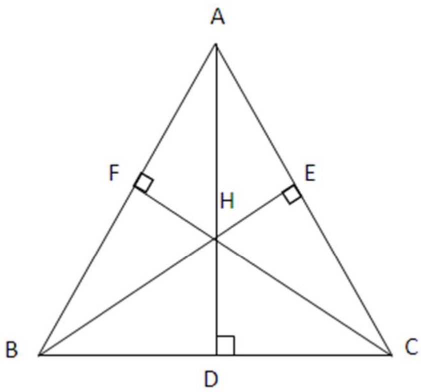
$$x^2 + n^2 + p^2 = y^2 + m^2 + q^2$$



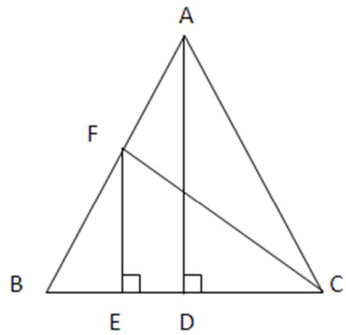
$$x = \frac{|b^2 - c^2|}{2a}$$



$$h^2 = m \cdot n$$



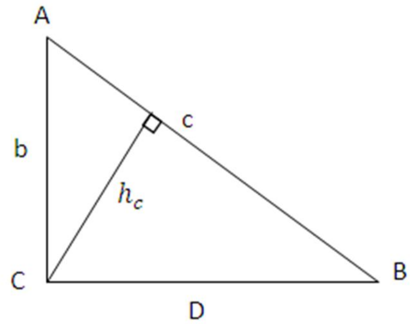
$$AH \cdot HD = BH \cdot EH = FH \cdot HC$$



$$\frac{S_{ABC}}{S_{BFC}} = \frac{AD}{FE}$$

Үч бурчтуктун аянты.

Тик бурчтуу үч бурчтукта



– ; –

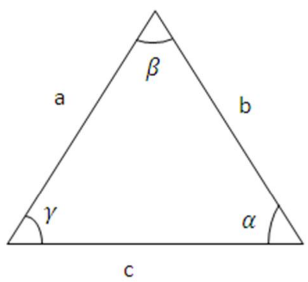
- Герондун формуласы

– – –

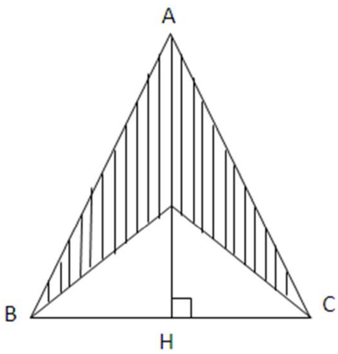
— , R-сырттан, к-ичтен сызылган айлананын радиусу

– , мында

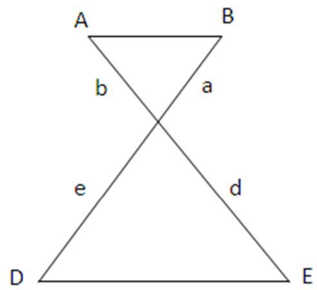
Медианалар аркылуу



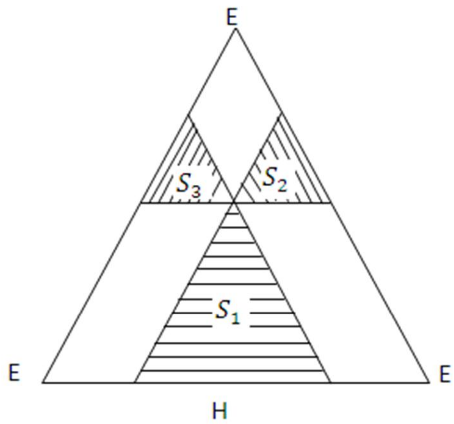
$$S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}ac \cdot \sin\gamma = \frac{1}{2}bc \cdot \sin\alpha$$



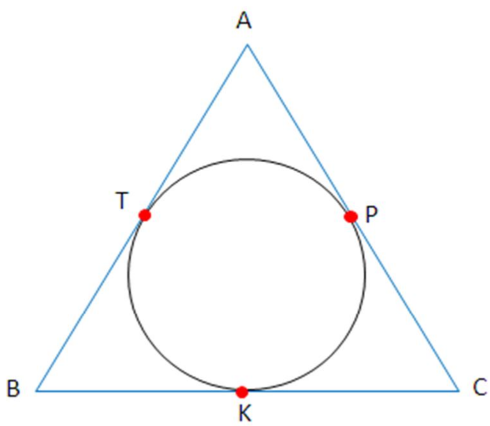
$$S_{\text{штрих.бет}} = \frac{BC \cdot AD}{2}$$



$$\frac{S_{ABC}}{S_{DEC}} = \frac{a \cdot b}{e \cdot d}$$



$$S_{ABC} = \left(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}\right)^2$$



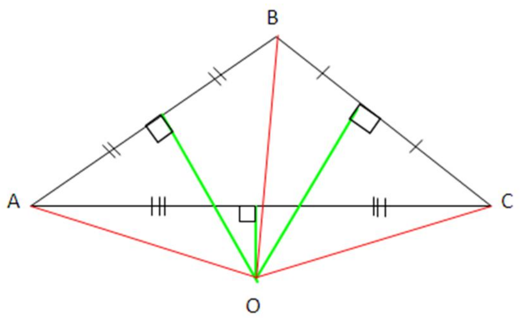
ΔABC бурчтугу үчүн, $|BC| = a$,
$|AC| = b$, $|AB| = c$ $a+b+c=2u$,
Мындан $|AT| = |AP| = u - a$,
$|BK| = |BT| = u - b$, $|CK| = |CP| = u - c$.

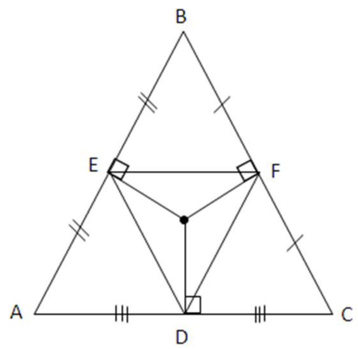
Ортоңку перпендикуляр

Үч бурчтуктун жагына перпендикуляр жана аны тең экиге бөлгөн түз сызык ***ортоңку перпендикуляр*** деп аталат.

Үч бурчтуктун бардык ортоңку перпендикуляры бир чекитте – үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын борборунда кесилишет. Каалаган үч бурчтукка сырттан айлана сызууга болот, бирок бирди гана.

Үч бурчтуктун ортоңку перпендикулярынын кесилиш чекити анын ортоңку сызыктарынан түзүлгөн үч бурчтуктун бийиктиктеринин кесилиш чекити болуп эсептелет.

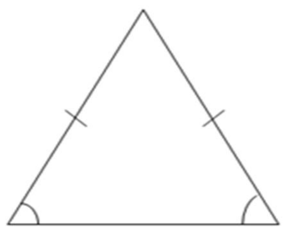


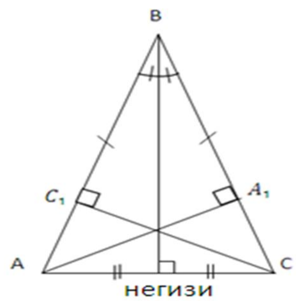


Тең капталдуу үч бурчтун

Эки жагы барабар болгон үч бурчтук ***тең капталдуу* үч бурчтук** деп аталат.
Барабар жактарынын жалпы чокусу тең капталдуу үч бурчтуктун чокусу, үчүнчү жагы негизи деп аталат.
Тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги бурчтар барабар.
Тең капталдуу үч бурчтуктун чокусунан жүргүзүлгөн бийиктик, медиана жана биссектриса болуп саналат.
Каптал жактарына жүргүзүлгөн бийиктиктер (биссектрисалар , медианалар) барабар.

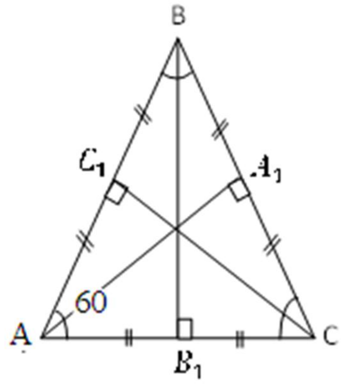
, ,





Тең жактуу үч бурчтук

Бардык жактары барабар болгон үч бурчтук **туура (тең жактуу) үч бурчтук** деп аталат.
Тең жактуу үч бурчтуктун касиеттери
Тең жактуу үч бурчтуктун бардык бурчтары ка барабар. Тең жактуу үч бурчтуктун гана медианалары, биссектрисалары, бийиктиктери, ортоңку перпендикулярынын кесилишүү чекиттери дал келишет.
Бул чекит туура үч бурчтуктун борбору деп аталат жана сырттан сызылган айланалардын борбору болуп эсептелет.
Туура үч бурчтуктун борбору анын чокусуна карата бийиктигин 2:1 катышындай бөлүп турат.
Туура үч бурчтукта гана төмөндөгү барабардык аткарылат:

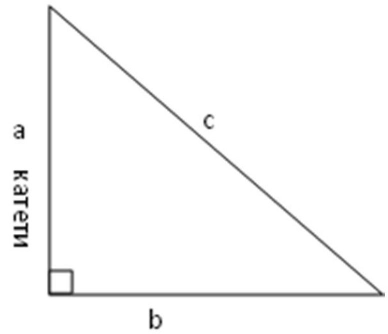


Туура үч бурчтуктун аянты

AB=BC=AC=a

Тик бурчтуу үч бурчтук

Тик бурчка карама-каршы жаткан жак тик бурчтуу үч бурчтуктун ***гипотенузасы*** деп аталат. Калган эки жагы ***катеттери*** деп аталат.



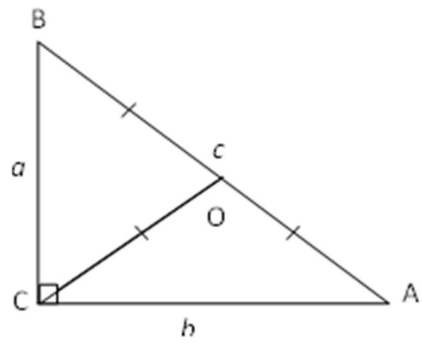
Пифагордун теоремасы

Гипотенузанын узундугунун квадраты катеттеринин узундуктарынын квадраттарынын суммасына барабар

Тик бурчтуу үч бурчтуктун касиети

Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасына жүргүзүлгөн медиана, гипотенузасынын жарымына барабар.

Тик бурчтуу үч бурчтукка гана сырттан сызылган айлананын борбору анын жагында жатат (гипотенузанын тең ортосу менен дал келет).



Тик бурчтуу үч бурчтуктун тар бурчунун тригонометриялык функциялары.

Тар бурчка карама-каршы жаткан катеттин гипотенузага болгон катышы тик бурчтуу үч бурчтуктун тар бурчунун синусу деп аталат.

Тар бурчка жанаша жаткан катеттин гипотенузага болгон катышы тик бурчтуу үч бурчтуктун тар бурчунун косинусу деп аталат.

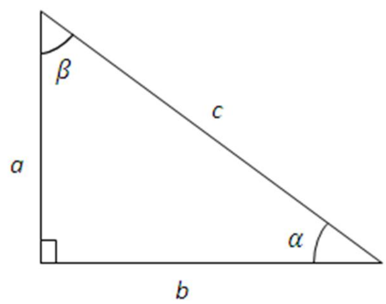
Тар бурчка карама-каршы жаткан катеттин жанаша жаткан катетке болгон катышы тик бурчтуу үч бурчтуктун тар бурчунун тангеси деп аталат.

Тар бурчка жанаша жаткан катеттин карама-каршы жаткан катетке болгон катышы тик бурчтуу үч бурчтуктун тар бурчунун котангенси деп аталат

–;

– ;

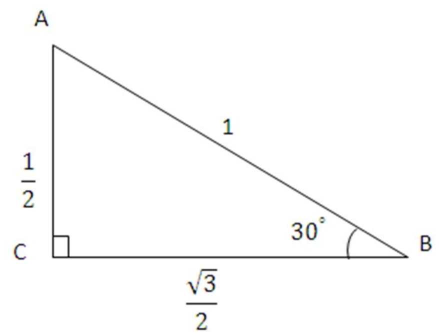
–;



–

–

–



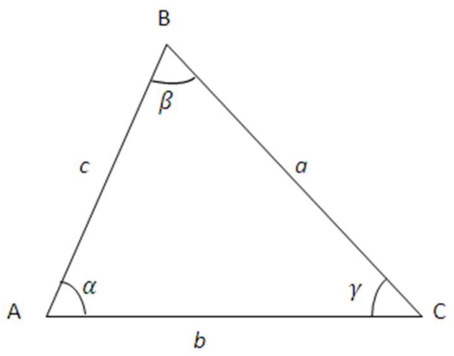
бурчка карама-каршы жаткан катеттин узундугу гипотенузанын жарымына барабар.

AC= – AB

Косинустар жана синустар теоремалары

Синустар теоремасы

Мындан



Косинустар теоремасы

;

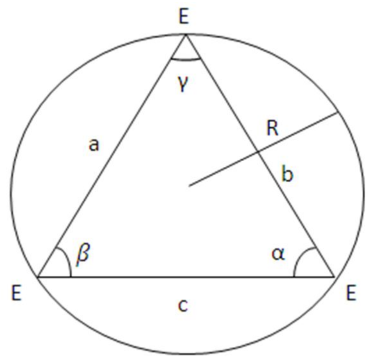
С чокусундагы бурч (тар, кең , тик)⟺

Молвейденин формуласы

Тангенстер теоремасы

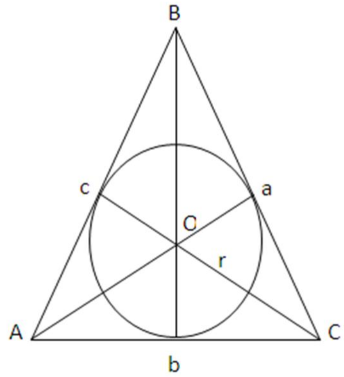
Үч бурчтукка ичтен жана сырттан сызылган айлана

–сырттан сызылган айлананын радиусу



Айлананын борбору, үч бурчтуктун жактарынын тең ортосуна түшүрүлгөн перпендикулярлардын кесилишинде жатат.

- ичтен сызылган айлананын радиусу.

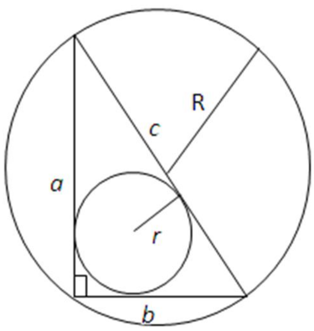


Айлананын борбору биссектрисалардын кесилишинде жатат.

S үч бурчтуктун аянты.

Тик бурчтуу үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын борбору гипетенузанын тең ортосунда жатат. –

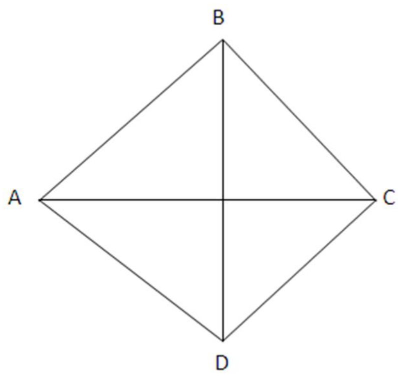
Ичтен жана сырттан сызылган сызылган айлананын радиустарынын арасындагы байланыш



Төрт бурчтук

Төрт чекиттен жана аларды удаалаш туташтырган төрт кесиндиден турган фигура ***төрт бурчтук*** деп аталат.

Мында берилген чекиттердин ичинен ар кандай үчөө бир түз сызыкта жатпашы керек, ал эми аларды туташтыруучу кесиндилер кесилишпөөлөрү тийиш.



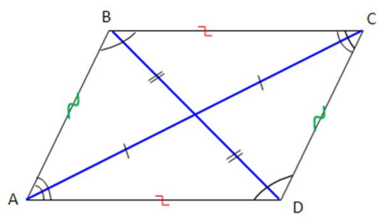
Берилген A, B, C, D чекиттери төрт бурчтуктун ***чокулары***, аларды туташтырган кесиндилер төрт бурчтуктун ***жактары*** деп аталат.

Төрт бурчтуктун чокулары анын жактарынын биринин учтары болуп эсептелсе, алар коңшулаш деп аталат. Коңшулаш эместери карама-каршы жаткан чокулар деп аталат.

Карама-каршы жаткан чокуларын туташтырган кесиндилер төрт бурчтуктун ***диагоналдары*** деп аталат.

Параллелограмм

Карама-каршы жаткан жактары параллель болгон төрт бурчтук **параллелограмм** деп аталат.

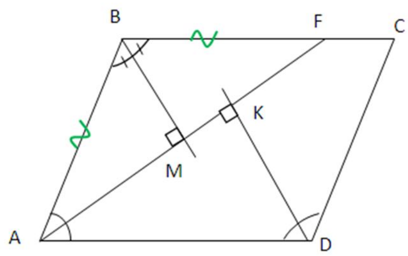


Параллелограммдын диагоналы аны эки барабар үч бурчтукка бөлөт.

Параллелограммдын диагоналдары кесилишкен чекитте тең экиге бөлүнөт.

Карама-каршы жаткан жактары барабар.

Параллелограммдын жанаша жаткан бурчтарынын суммасы ка барабар.



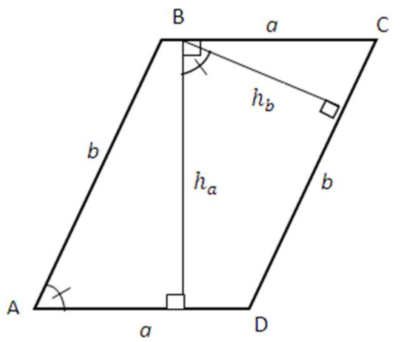
Параллелограммдын бурчунун биссектрисасы андан тең капталдуу үч бурчтукту кесет.
Параллелограммдын жанаша жаткан бурчтарынын биссектрисасы перпендикулярдуу, ал эми карама-каршы бурчтарынын биссектрисасы параллель же бир түз сызыкта жатышат.

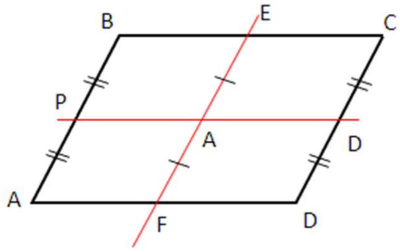
Параллелограммдын диагоналдары аны бирдей чоңдуктагы төрт үч бурчтукка бөлөт.

Параллелограммдын бийиктиктери анын тиешелүү жактарына тескери пропорциялаш.

Параллелограммдын бир чокусунан түшүрүлгөн бийиктиктер, анын жанаша жаткан чокусундагы бурчка барабар бурчту түзүшөт.

Параллелограммдын карама-каршы жактарынын учтарындагы каалагандай кесиндинин ортосу, анын башка жактарынын ортосу аркылуу өтүүчү түз сызыкта жатат.





$$a\colon b = \frac{1}{h_a}\colon\frac{1}{h_b}\ ;\ \angle(h_a;h_b) = \angle A$$

Параллелограммдын белгилери

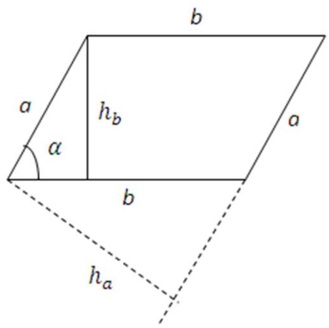
Эгерде төрт бурчтуктун карама-каршы жаткан эки жагы барабар жана параллель болсо, анда ал параллелограмм.

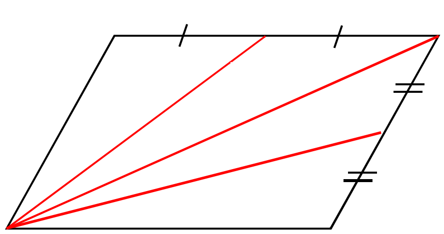
Эгерде төрт бурчтуктун карама-каршы жактары эки-экиден барабар болсо, анда ал параллелограмм.

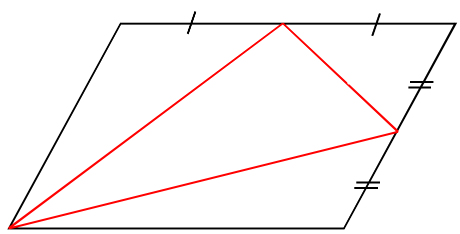
Эгерде төрт бурчтуктун диагоналдары кесилишсе жана кесилишкен чекитте тең экиге бөлүнсө, анда ал параллелограмм.

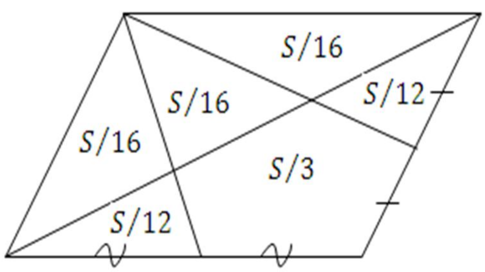
Параллелограммдын периметри

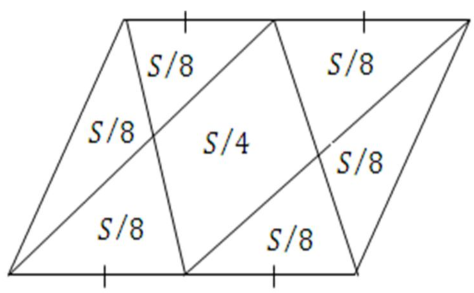
Параллелограммдын аянты



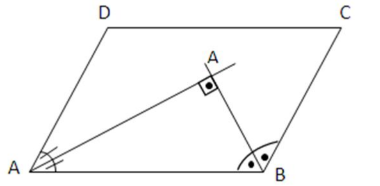


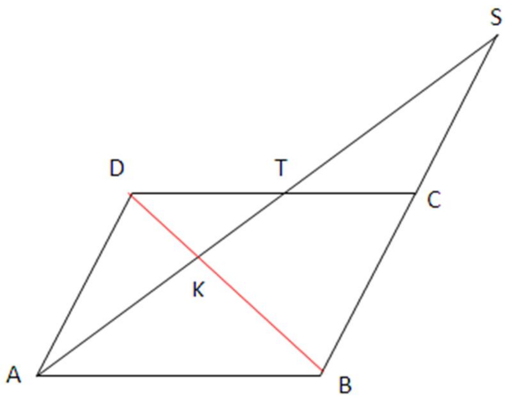




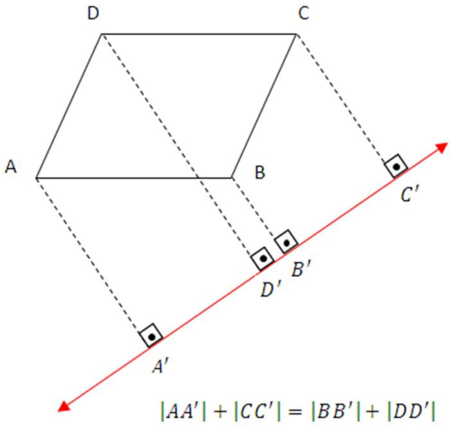


Эгерде параллелограммдын жанаша жаткан бурчтарынан биссектриса жүргүзсөк, анда биссектрисалардын кесилишинен пайда болгон бурч ту түзөт.





$$|AK|^2 = |KT| \cdot |KS|$$



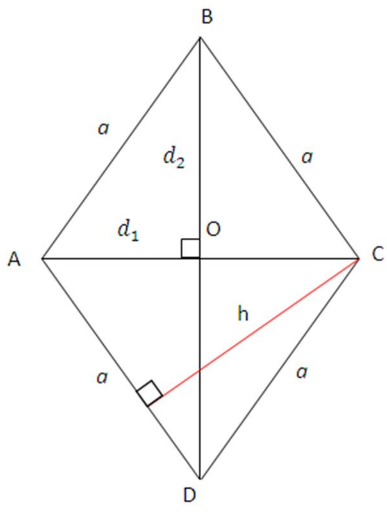
$$|AA'| + |CC'| = |BB'| + |DD'|$$

РОМБ

Бардык жактары барабар болгон параллелограмм *РОМБ* деп аталат.

Ромбдун касиеттери:

Ромбдун диагоналдары өз ара перпендикулярдуу.
Ромбдун диагоналдары анын бурчтарынын биссектрисаларында жатат.
Ромбдун бийиктиктери барабар.
Ромбко сырттан айлана сызууга болот. – –
Ромб параллелограммдын бардык касиеттерине ээ.



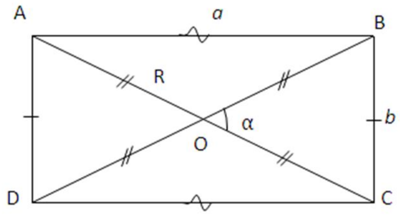
Ромбдун белгилери

Эгерде параллелограммдын диагоналдары өз ара перпендикулярдуу болсо, анда ал ромб.
Эгерде параллелограммдын диагоналдары анын бурчтарынын биссектрисаларында жатса, анда ал ромб.
Эгерде төрт бурчтуктун жактары барабар болсо, анда ал ромб.

Ромбдун аянты –

ТИК БУРЧТУК

Бардык бурчтары барабар болгон параллелограмм ***тик бурчтук*** деп аталат.



Тик бурчтуктун касиеттери
Тик бурчтуктун диагоналдары барабар.
Тик бурчтукка сырттан айлана сызууга болот.

Тик бурчтук параллелограммдын барабардык касиеттерине ээ.
∠A=∠B=∠C=∠D=
AB//DC, BC//AD

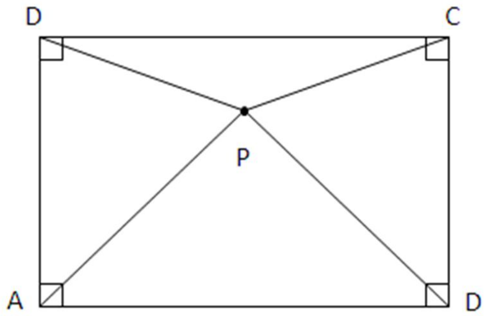
$$AC = BD = d$$

$$OA = OB = OC = OD = R = \frac{1}{2}$$

$$d^2 = a^2 + b^2$$

Тик бурчтуктун белгилери
Эгерде параллелограммдын диагоналдары барабар болсо, анда ал тик бурчтук.
Эгерде параллелограммдын бир бурчу тик болсо, анда ал тик бурчтук.
Эгерде төрт бурчтуктун үч бурчу тик болсо, анда ал тик бурчтук.

Тик бурчтуктун аянты



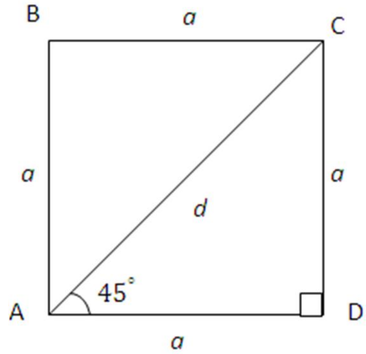
$$|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$$

КВАДРАТ

Бардык жактары барабар болгон тик бурчтук ***квадрат*** деп аталат (бурчтары тик болгон ромб квадрат болот).

Квадрат ромб менен тик бурчтукка тиешелүү касиеттерге ээ.

Квадрат – туура төрт бурчтук.

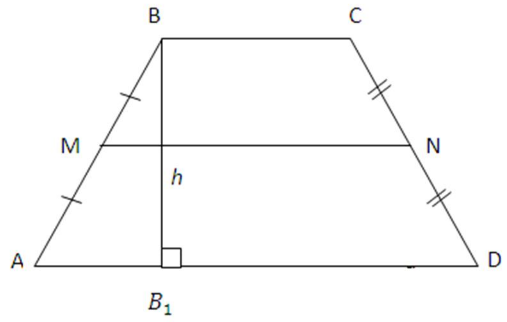


Квадраттын аянты -

ТРАПЕЦИЯ

Эки жагына параллель болгон төрт бурчтук ***трапеция*** деп аталат.

Трапециянын элементтери



BC жана AD- жогорку жана төмөнкү негиздери

AB жана CD – каптал жактары

AC жана BD – диагоналдары,

MN-орто сызыгы

–

BB- бийиктиги, негиздеринин арасындагы аралык.

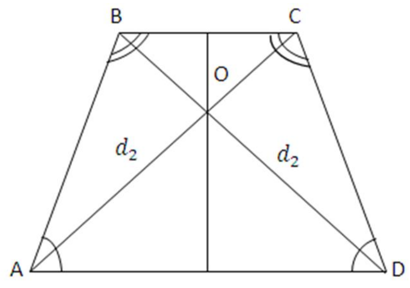
Трапециянын аянты

– – .

Тең капталдуу трапеция

Каптал жактары барабар болгон трапеция ***тең капталдуу*** **трапеция** деп аталат.

Тең капталдуу трапециянын касиеттери

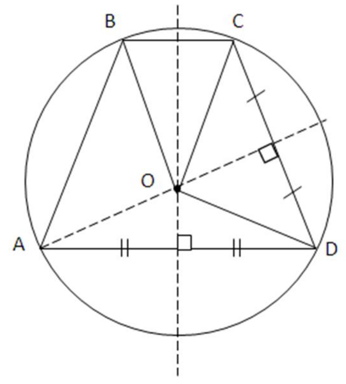


Тең капталдуу трапециянын диагоналдары барабар ( ).

Тең капталдуу трапециянын негизиндеги бурчтар барабар.

Тең капталдуу трапецияга гана сырттан айлана сызууга болот.

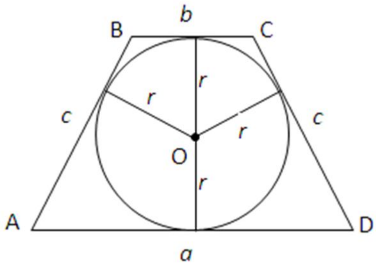
Ал чокулары трапециянын чокуларында жаткан каалагандай үч бурчтукка сырттан сызылган айлана менен дал келет.



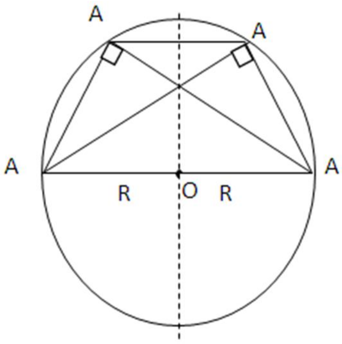
Анын борбору трапециянын негиздерине жүргүзүлгөн перпендикулярдын ортосунда жатат.

Эгерде сырттан сызылган айлананын борбору трапециянын негизинде жатса, анда анын диагоналы каптал жагына перпендикулярдуу.

Эгерде каптал жагы анын орто сызыгына барабар болсо, анда тең капталдуу трапецияга ичтен айлана сызууга болот.



$$h = 2R = \sqrt{a \cdot b}$$



AO=BO=CO=DO=R